ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 AOUT 1940.

PRÉSIDENCE DE M. HYACINTHE VINCENT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** a le regret d'annoncer à l'Académie la mort de M. **J.-L. Breton**, Membre libre, survenue à Bellevue, le 2 août 1940 ; en la prochaine séance seront rappelés sa vie et ses principaux travaux.

LITHOLOGIE. — *Les caractéristiques des laves des îles situées au sud de l'Équateur, formant la limite du domaine circumpacifique dans la région des Nouvelles-Hébrides et de la fosse Tonga-Kermadec* Note [1] de M. **Alfred Lacroix**.

La découverte fort imprévue faite, en 1898, de roches grenues à néphéline accompagnant les laves à facies basaltique de Tahiti, a été le point de départ de nombreuses recherches sur la lithologie des volcans de l'Océan Pacifique ; elles ont toutes démontré que, contrairement aux idées admises jusqu'alors, les laves *intrapacifiques* sont nettement différentes de celles des volcans de la ceinture *circumpacifique*. Dès le début, je me suis attaché à l'étude de ces roches intrapacifiques, en me limitant aux îles situées au sud de l'Équateur et dont un grand nombre sont des possessions françaises [2].

---

(1) Séance du 22 juillet 1940.

(2) A. Lacroix, *Nouvelles Archives Mus. hist. nat.*, 4, 1902, p. 133 ; *Bull. Soc. géol. France*, 4e série, 4, 1910, p. 91-124 ; *Mém. Ac. Sc.*, 59, 1927, p. 1-82 ; Clipperton, *Iles de Pâques et Pitcairn. Esquisse lithologique* (*Ann. Institut océanogr.*, Paris, 18, fasc. 4, 1939), avec bibliographie d'autres notes et notamment de celles de nombreux travaux étrangers.

La limite occidentale de cette vaste partie du grand océan est une ligne NW-SE, longeant les îles de la Mélanaisie (Iles de l'Amirauté, Salomon, Santa Cruz, Nouvelles-Hébrides, Fiji, etc.), puis, prenant ensuite une direction SW qui suit la grande fosse Tonga-Kermadec.

Les nombreuses îles situées au delà de cette frontière ne sont plus des îles océaniques, mais des débris d'une zone continentale effondrée jadis rattachée à l'Australie. Certaines d'entre elles, en effet, renferment plus ou moins de roches continentales [schistes cristallins, roches intrusives anciennes (granites, etc.)] servant de substratum, émergé ou immergé, à des volcans d'âge tertiaire ou plus récent; un petit nombre de ceux-ci sont encore en activité, aux Nouvelles-Hébrides en particulier.

Les géologues qui ont étudié cette vaste région ont bien noté la parenté que ses laves présentent avec celles de la ceinture circumpacifique, c'est-à-dire leur caractère andésitique ou basaltique, mais ces constatations, d'ailleurs peu développées, ont été basées uniquement sur la composition minéralogique accompagnée seulement de cinq analyses chimiques; il importait donc de combler une telle lacune à l'aide de précisions se rapprochant, même de loin en nombre, de celles réunies aujourd'hui sur les roches intrapacifiques.

A l'aide de documents conservés dans les collections du Muséum national d'Histoire naturelle [expédition de Dumont d'Urville (1828) à la recherche des traces du naufrage de Lapérouse (1788), Dr Joly (1904), Kowalski (1913), MM. Leenhardt, P. de Chartier de Sedouy (1939), et surtout Aubert de La Rüe], j'ai entrepris cette tâche. L'analyse de 46 échantillons particulièrement typiques et frais a été confiée à M. Raoult

Les circonstances actuelles ne permettant pas la publication immédiate de ces analyses et des descriptions minéralogiques qui les accompagnent, je me contenterai de résumer leurs résultats dans la présente Note. Les explorations de ces îles n'ayant été que des prospections rapides, et par suite incomplètes, il m'a paru opportun de ne pas considérer individuellement la composition de chacune d'elles, mais de faire un bloc de l'ensemble des types lithologiques rencontrés qui est suffisamment démonstratif. Ne pouvant multiplier outre mesure le nombre des analyses, j'ai laissé de côté certaines îles dont les roches sont notoirement identiques à celles des îles suivantes : Iles Vanikoro; Futuna; Wallis (Uvea); Niaoufou; archipel Tonga (Falcon); archipel Banks (Vauna Lava); archipel des Nouvelles-Hébrides (Santo, Maevo, Mallicolo, Pentecôte, Tangoa, Nguna, Emae, Mau, Ambrym, Lopevi, Paama, Aoba, Vaté, Leleppa, Tanna, Erromango, Anatom); archipel Loyalty (Maré).

Les laves les plus caractéristiques sont celles qui ont été appelées *andésites* par les auteurs précédents, mais qui, pour la plupart, sont des *dacitoïdes*, avec fréquents passages à de véritables andésites ; sans exception, toutes renferment plus ou moins de silice libre potentielle. Aux dacitoïdes j'ai joint des *diorites* (dolérites) quartziques de composition voisine, puis deux roches exceptionnelles (*rhyolitoïde* et *trachyte*) trouvées dans deux îles seulement.

Les *basaltes* rivalisent en abondance avec les roches dacitiques et, eux aussi, renferment fréquemment de la silice libre potentielle, et plus rarement accusent un faible déficit de silice.

Dans le tableau ci-dessous sont donnés les paramètres magmatiques, déduits de chacune des analyses chimiques, le pourcentage de la silice libre, la teneur pour cent de l'anorthite contenue dans le plagioclase moyen, et enfin (Σ_b) la teneur en barylites.

Dacites (dacitoïdes).

Iles.		SiO^2 libre.	An %.	Σb.
I. Leleppa	I(II).4.2'.'4[(2)3.1.1.3']	16,86	27	9,4
Épi	'II.4.(2)3.'4[2.1.2.4]	18,06	34	16,6
Falcon (ponce)	II.3(4).3'.4'[(1)2.1.2.4]	27,84	45	25,3
Mallicolo	(I)II.4(5).3.4[3.1.3.'4]	12,72	45	14,7
Santo (dacitoïde à hornblende)	I'.4.3.4[3.1.2.'4]	27,42	37	7,7
	(I)II.4.3.3'[3.1.2(3).3(4)]	17,94	47	13,6
I. Épi	II.4'.3'.'4['2.1.2.3]	11,76	52	27,1
Vauna Lava	II.4'.(3)4.4[2.1.2.'3]	12,36	56	28,4
Erromango	II.4(5).(3)4.4[2.1.2.3]	10,14	56	24,7
Mallicolo (dacite à hornblende)	(I)II.4.(3)(4).4[2.1.(1)2.3]	20,58	52	13,3
Anatom (dacitoïde à hornblende)	II.4.(3)4.4[2'.1.2.'3]	16,74	56	18,9
Pentecôte (dolérite)	II.(3)4.4.'5[1'.1.3.2]	28,08	63	22,7

Diorites (dolérites) quartziques.

I. Épi	(I)II.4.2.4[2.1.2.4]	18,00	23	13,9
Tanna (micro-akérite)	(I)II.4'.2.4['3.1.(1)2.3]	14,22	21	15,1
» (microtinite)	'II.4(5).1(2).3(4)[(2)3.1.2.(3)4]	12,18	10	18,1

Iles.		SiO^2 libre.	An %.	Σb.
	Andésites (α).			
I. Tanna	II.(4)5.2.'4[2.1.2.'4]	8,70	18	20,2
	II.'5.2.(3)4['2.1.2.(3)(4)]	6,30	25	24,1
Tanna (Yasowa)	II.5.3.4[2'.1.2.3]	1,50	45	23,8
» (obsidienne)	II.5.3.4[2.1.2.3']	2,82	45	25,0
Épi	II.(4)5.(2)3.4[2.1.2.3']	7,48	32	24,7
Mallicolo	II.(4)5.3(4).4[2.1.2.3]	8,76	50	26,7
Anatom	II.(4)5.4.4[2.1.(1)2.3]	9,06	66	21,7
Vanua Lava	II'.5.4.4[2.1.2.3]	2,76	65	33,5
Nguna	II(III).5.4.4[2'.1.2'.3]	3,30	63	36,9
Mau	II.5.4(5).4[2.1.'2.3]	4,08	80	29,5
	Rhyolitoïdes.			
I. Vaté (ponce)	I'.4'.'2.3'	16,74	16	7,8
» (perlite)	I'.4.2.3	19,14	24	8,9
	Trachyte.			
I. Tanna	I'.5.'2.(3)4	0,24	14	6,4
	Sakalavites et basaltes (α).			
I. Niouafou	III.5.3.(4)5.[(1)2.1.2'.(2)3]	1,08	46	53,7
Futuna (passage de dacitoïde à sakalavite)	II(III).4'.4.4(5)[(1)2.1.2.3]	10,14	60	34,9
Futuna (sakalavite passant à basalte)	(II)III.4(5).4.4(5)[(1)2.1.2.2(3)]	7,8	70	39,4
Futuna	III.5.4.(4)5['2.1.2.2]	2,52	59	43,8
Erromango	(II)III.(4)5.4.4[2.1.2.(2)3]	6,66	64	40,1
»	'III.(4)5.4.4[2.1.2.(2)3]	5,58	62	40,9
»	III.5.4.4'[(1)2.1.2.2]	0,78	73	50,3
Ambrym (Benbow)	(II)III.'5.3'.(3)(4)[2.1.2.3]	4,08	60	38,0
Aoba	'III.5.3(4).4[2.1.2.2(3)]	0,78	50	42,8
Pentecôte (dolérite)	'III.3.(3)4.4['2.1.2.2(3)]	1,68	51	41,8
	Basaltes (β).	Né		
I. Tanna (doléritique)	(II)III.5.3.4[(1)2.1.2.'3]	»	38	38,2
Maré (Rawa)	III.5.3.4[2'.1(2).2(3).3']	2,56	41	50,0
» (Rawa)	(II)III.5.3(4).4[2.2'.2.'3]	0,78	53	39,2
» (Péorawa)	III.5.3(4).4'[2.2(3).2.2']	»	50	47,5
Vaté	'III.5.4'.4[2.1'.'2.2']	»	78	42,2
Anatom	III.5.4(3)4.[(1)2.'2.2.2]	»	77	51,9
Vanikoro	III.5.4.4'[2.'2.2.2(3)]	»	65	49,9
Uvea	III.5.(3)4.4['2.3.2.2]	0,71	55	49,3
Aoba (pass. à ankaramite)	III(IV).5.3(4).4[1(2).(2)3.2.2]	1,35	56	59,6
Tanna (luscladite)	III(IV).5(6).3.'4[2.'3.2.2]	4,75	51	59,2

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Champs réels et champs complexes en théorie électromagnétique quantique du rayonnement.* Note [1] de M. Louis de Broglie.

Dans la théorie des phénomènes électromagnétiques usuellement observés à notre échelle, on a toujours représenté le champ électromagnétique à l'aide des deux vecteurs classiques $\vec{E}$ et $\vec{H}$ dont les composantes sont exprimées par des fonctions *réelles* des coordonnées et du temps : le caractère réel de ces champs paraît d'ailleurs être imposé par leur signification physique. Cependant dans les théories quantiques du champ électromagnétique qui seules peuvent décrire avec exactitude la structure et les actions quantifiées de ce champ telles qu'elles se révèlent à l'échelle atomique, on a été amené peu à peu à représenter les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ par des fonctions complexes. D'une façon plus précise, si F_r est la fonction réelle qui dans la théorie ordinaire représenterait une composante de champ, cette composante sera représentée dans la théorie quantique par la grandeur complexe F telle que

$$F_r = F + F^* . \tag{1}$$

Comment peut-on concilier cette représentation complexe des champs, qui paraît nécessaire à l'échelle microscopique, avec le caractère réel qu'il faut certainement attribuer aux mêmes champs pour la description des phénomènes macroscopiques?

Pour répondre à cette question, il faut d'abord se demander ce que l'on doit considérer comme étant un *phénomène électromagnétique macroscopique*, correctement représenté par les formes classiques de la théorie de Maxwell. La réponse est immédiatement suggérée par le point de vue de correspondance : une onde macroscopique correctement représentée par les formes classiques doit être une onde à très grand nombre de quanta. Dans ces conditions, les interactions entre l'onde et une charge électrique ne modifieront pas sensiblement l'état de l'onde. D'autre part les processus d'absorption d'énergie par l'électron aux dépens de l'onde et les processus inverses d'émission d'énergie par l'électron au profit de l'onde doivent intervenir en moyenne avec une égale importance. Dans la théorie quantique les premiers sont représentés par les champs électromagnétiques

[1] Séance du 29 juillet 1940.

complexes avec exponentielles à exposant positif de la forme $e^{i[kct-\vec{k}\vec{r}]}$ et les seconds par les champs complexes avec exponentielles à exposants négatifs conjuguées des précédentes. Comme les deux genres de processus interviennent avec une égale intensité dans les actions globales que l'onde exerce sur la charge électrique, il apparaît comme naturel que cette action globale s'exprime par un champ électromagnétique où figurent symétriquement les deux exponentielles conjuguées, c'est-à-dire par un champ sinusoïdal réel. Et, comme en théorie quantique, on ramène tout phénomène électromagnétique à l'étude des superpositions d'ondes planes, on conçoit que, si le passage des champs complexes aux champs réels est expliqué dans le cas de l'onde plane, il est aussi expliqué pour tout phénomène électromagnétique.

Nous allons préciser l'explication précédente en employant le langage de la Mécanique ondulatoire du photon ([2]). Considérons un électron plongé dans une onde électromagnétique plane et monochromatique, correspondant à un vecteur de propagation $\vec{k}$ et comprenant un très grand nombre de photons. Nous devons toujours tenir compte de la présence d'un nombre pratiquement infini de photons dans l'état d'annihilation et, pour cette raison, nous écrirons l'onde Φ des photons sous la forme

$$\Phi = \Phi^{(0)} + \Phi_{\vec{k}}(x, y, z, t), \tag{2}$$

où $\Phi^{(0)}$ est la fonction invariante représentant l'état d'annihilation du photon et $\Phi_{\vec{k}}$ la fonction représentant l'onde plane de vecteur $\vec{k}$. Comme par hypothèse l'interaction entre l'onde et l'électron ne modifie pas sensiblement l'onde, on peut admettre que l'on a

$$\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \mathcal{H}\Phi, \tag{3}$$

où $\mathcal{H}$ est l'hamiltonien du photon, tout comme s'il n'y avait pas d'électron présent.

L'équation d'ondes du système électron + photon est, d'une façon générale,

$$\begin{aligned} \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial t}\frac{\mathcal{A}_4 + \mathcal{B}_4}{2}\Psi(\vec{R})\Phi(\vec{r}) \\ = \left\{ H_D \frac{\mathcal{A}_1 + \mathcal{B}_4}{2} + \mathcal{H} - Ke\left[\frac{\mathcal{A}_4 - \mathcal{B}_4}{2} \times 1 - \left(\vec{\alpha}\frac{\vec{\mathcal{B}}\mathcal{A}_4 - \vec{\mathcal{A}}\mathcal{B}_4}{2}\right)\right]\delta(\vec{R} - \vec{r}) \right\} \\ \times \Psi(\vec{R})\Phi(\vec{r}), \end{aligned} \tag{4}$$

([2]) Pour le sens des notions employées ci-après, on se reportera à l'ouvrage de l'auteur, *La Mécanique ondulatoire du photon, une nouvelle théorie de la Lumière*, 1, Paris, 1940.

H_D étant l'hamiltonien de Dirac pour l'électron libre et Ψ sa fonction d'onde.

En vertu de (3), l'équation (4) se réduit à

$$(5)\quad \frac{\mathfrak{A}_4+\mathfrak{B}_4}{2}\Phi\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$
$$=\frac{\mathfrak{A}_4+\mathfrak{B}_4}{2}\Phi H_D\Psi - Ke\left[\frac{\mathfrak{A}_4-\mathfrak{B}_4}{2}\times 1-\left(\vec{\alpha}\,\frac{\vec{\mathfrak{B}}\mathfrak{A}_4-\vec{\mathfrak{A}}\mathfrak{B}_4}{2}\right)\right]\delta(\vec{R}-\vec{r})\Psi\Phi.$$

Multiplions par Φ^* et intégrons sur x, y, z en admettant la formule de normalisation ([3])

$$(6)\qquad \int\Phi^*\,\frac{\mathfrak{A}_4+\mathfrak{B}_4}{2}\,\Phi\,dx\,dy\,dz=1.$$

Il vient alors

$$(7)\qquad \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\Psi}{\partial t}=H_D\Psi-e\int\Phi^*K\left[\frac{\mathfrak{A}_4-\mathfrak{B}_4}{2}\times 1-\left(\vec{\alpha}\,\frac{\vec{\mathfrak{B}}\mathfrak{A}_4-\vec{\mathfrak{A}}\mathfrak{B}_4}{2}\right)\right]$$
$$\times\,\delta(\vec{R}-\vec{r})\,\Phi\,dx\,dy\,dz\,\Psi.$$

Remplaçons dans (7) Φ et Φ^* par leurs expressions tirées de (2). On vérifie aisément que les termes provenant de la combinaison de $\Phi^{(0)}$ avec $\Phi^{(0)}$ et de la combinaison de Φ_k^* avec Φ_k sont nuls. Quant aux termes provenant de la combinaison de $\Phi^{(0)}$ avec Φ_k et de Φ_k^* avec $\Phi^{(0)}$, ils sont imaginaires conjugués.

En posant

$$(8)\qquad V_r=V+V^*,\qquad \vec{A}_r=\vec{A}+\vec{A}^*,$$

où V et $\vec{A}$ sont les potentiels complexes définis par la Mécanique ondulatoire du photon, on obtient finalement

$$(9)\qquad \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial\Psi}{\partial t}=H_D\Psi-e\left[V_r.1+(\vec{\alpha}.\vec{A}_r)\right]\Psi.$$

Or c'est là l'équation de Dirac pour un électron placé dans un champ électromagnétique dérivant des potentiels réels V_r et $\vec{A}_r$ définis conformément au schéma (1). On sait que, lorsque les approximations de l'optique géométrique sont valables, cette équation ramène à l'ancienne Mécanique de l'électron, considéré comme un corpuscule ponctuel.

([3]) L'équation (6) comporte ici des difficultés bien connues de ceux qui ont approfondi la Mécanique ondulatoire du photon, difficultés sur lesquelles nous passons sans insister.

Ainsi nous avons bien montré qu'une charge électrique, quand elle se trouve en présence d'une onde électromagnétique contenant un nombre considérable de quanta et par suite pratiquement insensible aux réactions de l'électron, se comporte comme si l'onde exerçait sur elle le champ *réel* employé par les théories classiques. Notre raisonnement, dont certains points pourraient être approfondis ou améliorés, nous semble faire apparaître la raison qui justifie l'emploi des champs réels pour l'étude des phénomènes électromagnétiques macroscopiques, malgré le caractère essentiellement complexe des champs microscopiques. En particulier, la description du champ électromagnétique par des fonctions réelles paraît ainsi entièrement justifiée dans le domaine des ondes hertziennes où, les quanta étant très petits même pour les ondes très courtes, toute onde ayant une énergie appréciable comporte un nombre énorme de quanta.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La matière uronique de la moelle d'*Helianthus. Note de M. **Henri Colin** et Mlle **Simone Lemoyne**.

Une fois élucidée, grâce aux travaux de F. Ehrlich, la constitution de la pectine de Betterave, on admit un peu vite que telle devait être, dans la plupart des végétaux, la nature des *matières pectiques*. Un examen plus approfondi montre au contraire que la diversité des membranes cellulaires tient principalement à ces matières, et cela non seulement dans les tissus de gélification facile, mais dans ceux qu'on prendrait à première vue pour de la cellulose presque pure, comme la moelle des plantes.

Notre attention a éte attirée là-dessus par quelques espèces à moelle abondante, les *Helianthus* spécialement qui nous intéressent de longue date pour d'autres raisons. Lorsqu'on traite par HCl 18 °/₀, à l'ébullition, la moelle si délicate de Soleil annuel, on n'est pas médiocrement surpris d'observer un dégagement de CO^2 allant de 8 à 10 °/₀ du sec. La pectine classique à 20 °/₀ d'arabane et 80 °/₀ de pectate calco-magnésien n'en peut donner que 12 °/₀. A-t-on l'idée d'une membrane végétale qui serait de pectine presque exclusivement.

Il n'est pas douteux que l'acide carbonique dégagé ne provienne des membranes, les contenus cellulaires étant résorbés dans la moelle prélevée en hiver alors que le pourcentage d'azote n'est plus que de 0,8 %. Les matières minérales, il est vrai, persistent en grande partie, l'incinération laissant 20 % de cendres carbonatées, mais aucune de ces matières n'influe

sur le chiffre de décarboxylation, les nitrates exceptés, du fait de leur action sur la cellulose ([1]). L'erreur qui résulte de là est de 1,5 % environ dans nos expériences. Il est facile de l'éliminer en déminéralisant la moelle, à froid, par HCl à 1 %. Le taux de CO^2 reste à peu près le même, égal à 10 % en moyenne, bien que la matière sèche ait augmenté d'un quart, mais l'erreur par excès provenant des nitrates est supprimée.

La moelle de Soleil n'étant pas lignifiée, le dégagement de gaz carbonique ne peut être imputé qu'aux acides uroniques dont la proportion approcherait ainsi de 50 %. Il n'est point de membrane pecto-cellulosique qui en renferme autant; la moelle d'*Helianthus annuus* n'est certainement pas de ce type, sa teneur en alcool méthylique et en furfurol achève de le démontrer.

Dans la pectine classique de Betterave et dans le pectate lui-même on trouve deux molécules d'alcool méthylique, dosé par le procédé de Zeisel, pour quatre de gaz carbonique dégagé lors de la décarboxylation. Dans la moelle de Soleil annuel la proportion est tout au plus de une à cinq.

Pour ce qui est du furfurol le rendement est de 8 à 10 % de moelle, peu supérieur à ce que l'on pouvait attendre de la teneur en acides uroniques évaluée d'après le chiffre de décarboxylation. Les membranes pecto-cellulosiques, au contraire, soumises à l'action de HCl, donnent deux fois plus de furfurol que n'en comporte le dégagement de CO^2; cela tient à l'arabinose et à l'arabane de la pectine, bien plus furfurogènes que les acides uroniques.

De toute évidence les produits uroniques présents dans la moelle en telle proportion ne sont pas, en majeure partie du moins, de nature pectique. Nous avons essayé de les libérer par les procédés classiques, traitements à l'eau chaude, à l'eau sous pression, aux acides à diverses concentrations, aux alcalis, aux diastases.

L'eau bouillante est sans grande efficacité : au bout d'une heure le liquide ne donne que faiblement les réactions des acides uroniques. A l'autoclave à 120° le résultat est plus appréciable, la moelle perd 10 à 15 % de son poids, le milieu devient réducteur et dextrogyre. On y retrouve le dixième, pour le moins, des acides uroniques, mais sous forme complexe, d'où la valeur très grande du rapport $100\alpha : pl$, p étant évalué en glucose par réduction. Il semblerait qu'on n'eût qu'à élever la pression pour solubiliser la totalité des produits uroniques, mais alors il s'en

---

([1]) *Bull. Chim. Sucr.*, 56, 1939, p. 385.

détruit autant qu'il s'en détache. A 6^kg, après 1 heure et demie, la perte de poids de la moelle est de 50 % et le résidu, visqueux, brunâtre, ne décarboxyle presque plus; le liquide est foncé, acide au tournesol, bien moins dextrogyre que précédemment, le quotient 100 α : *pl* n'atteignant pas 100°; le chiffre de CO^2 correspond à peine à la dixième partie des acides uroniques de la prise d'essai. Ceux-ci ont donc été détériorés, comme cela se passe pour la pectine traitée de la même façon; dans un cas comme dans l'autre il y a du furfurol dans le milieu.

La moelle de Soleil se dissout à froid, sans charbonner, dans SO^4H^2 concentré; la liqueur étendue d'eau réagit comme les acides uroniques à la naphtorésorcine; elle est fortement dextrogyre, mais à peine réductrice; elle le devient rapidement à chaud en même temps que la rotation diminue; la moitié de la matière initiale est alors transformée en glucides réducteurs. Sans doute aucun l'acidité a libéré un complexe uronique qu'une hydrolyse ultérieure achève de disloquer. C'est ce complexe qui se détache lorsqu'on attaque la moelle par les acides étendus; en un quart d'heure à 120°, dans l'acide sulfurique 0,5 N, la moelle perd la moitié de son poids et les trois quarts de ses produits uroniques dont les dernières traces ne se laissent pas facilement séparer de la cellulose résiduelle. Le liquide est dextrogyre, faiblement réducteur; chauffé il le devient davantage tandis que la rotation ne fait que baisser. L'hydrolyse toutefois ne va pas sans destruction partielle du produit qui en résulte, l'acide galacturonique.

Le complexe uronique peut être solubilisé également, puis disloqué, par voie diastasique, au moyen du suc hépato-pancréatique d'*Helix*. En cinq jours, à la température ordinaire, 2^g,4 de moelle déminéralisée mis en suspension dans une liqueur à 0^g,5 % de suc diastasique ont subi une perte de poids de 10 % dont la majeure partie se trouve sous forme de glucides réducteurs. Le pH, primitivement de 6, est tombé à 3,6, le milieu donne fortement la réaction de l'acide galacturonique, le rapport 100 α : pl, d'abord voisin de + 140°, s'abaisse à mesure que le complexe uronique s'hydrolyse. A la longue l'équilibre tend à s'établir entre la moelle et la solution; pour pousser plus loin la solubilisation des matières uroniques il faut renouveler la liqueur diastasique.

Les solutions assez concentrées de potasse ou de soude dissolvent, elles aussi, les matières uroniques de la moelle qui leur cède en quelques jours, à la température ordinaire, la moitié de son poids. Les liqueurs, d'un jaune d'or comme celles d'oxycellulose, sont dextrogyres, non réductrices et donnent, après hydrolyse, la réaction de l'acide galacturonique.

La partie non cellulosique de la moelle d'*Helianthus annuus* est donc constituée par un complexe galacturonique beaucoup plus simple et plus riche en CO^2 que la pectine classique. La proportion élevée de calcium est en rapport avec le nombre des carboxyles.

Il s'en faut d'ailleurs que ce type de membrane se rencontre dans toutes les plantes du même groupe. Chez *Helianthus tuberosus*, pour ne citer qu'un exemple, la moelle est superficiellement lignifiée, plus furfurogène que la précédente ; elle dégage moitié moins de CO^2, mais le triple d'alcool méthylique.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Équations de Fredholm dont le noyau est fonction holomorphe d'un paramètre; équations analogues où figurent des intégrales principales.* Note de M. **Georges Giraud**.

1. Considérons l'opération linéaire

$$J_\lambda u(X) = u(X) - \int_U^{(m)} G(X, A; \lambda)\, u(A)\, dV_A,$$

où G est holomorphe par rapport à λ dans un domaine D et, quand λ est fixe, remplit par rapport aux deux points X et A les conditions énoncées dans un travail antérieur [1]. Pour toute valeur de λ il existe un noyau résolvant, au sens ordinaire ou au sens élargi; il peut être choisi de façon à être méromorphe par rapport à λ et à remplir certaines conditions moyennant lesquelles s'étend le théorème de Fredholm relatif aux pôles du noyau résolvant, comme il va être expliqué.

Soit k le nombre minimum des solutions linéairement distinctes de l'équation $J_\lambda u = 0$ quand λ varie dans D, et soit λ_0 un point donné de D. Si k n'est pas nul, on peut trouver k fonctions $u_\beta(X;\lambda)(\beta = 1, \ldots, k)$ holomorphes et linéairement distinctes en λ_0 et telles qu'on ait $J_\lambda u(X;\lambda) = 0$ dans tout un voisinage de λ_0. En outre on peut construire k fonctions $\rho_\beta(X;\lambda)$ holomorphes en λ_0 et telles qu'on ait dans tout un voisinage de λ_0

$$(1) \qquad (\beta - \gamma)\int u_\gamma \rho_\beta\, dV = 0, \qquad \int u_\beta \rho_\beta\, dV = 1 \quad [2].$$

---

(1) *Bull. Sciences math.*, 61, 1937, p. 172-192, 200-208 et 288. Comme là, on peut remplacer ici dV par $\chi\, dV$, où la fonction donnée χ n'est pas bornée.

(2) *Ann. scient. Éc. Norm.*, 56, 1939, p. 119-172, spécialement §§ 8-12.

Soit K_λ l'opération associée à J_λ; soient $v_\beta(X;\lambda)$ k solutions linéairement distinctes de $K_\lambda v = 0$, ces fonctions v_β étant holomorphes en λ_0; soient enfin $\sigma_\beta(X;\lambda)$ des fonctions analogues aux ρ_β, mais relatives aux v_β. Alors les $k+1$ conditions

$$(2) \qquad G(X, \Xi; \lambda) + K_\lambda N(X, \Xi; \lambda) = \Sigma_\beta u_\beta(X;\lambda)\rho_\beta(\Xi;\lambda),$$

$$(3) \qquad \sigma_\beta(X;\lambda) = \int N(X, A; \lambda)\sigma_\beta(A;\lambda)\, dV_A,$$

où l'opération K_λ porte sur le point Ξ, déterminent un et un seul *noyau résolvant* N et entraînent les conditions

$$(4) \qquad G(X, \Xi; \lambda) + J_\lambda N(X, \Xi; \lambda) = \Sigma_\beta \sigma_\beta(X;\lambda) v_\beta(\Xi;\lambda),$$

$$(5) \qquad \rho_\beta(\Xi;\lambda) = \int \rho_\beta(A;\lambda) N(A, \Xi; \lambda)\, dV_A,$$

où l'opération J_λ porte sur X (des simplifications évidentes se produisent pour $k=0$); N est méromorphe et ses pôles sont indépendants de X et de Ξ. Plus généralement, nous supposons que N remplit les conditions (2) et (4), et que tout pôle de N est pour le second membre de (3) un point régulier ou un pôle d'ordre moindre; il en est alors de même pour le second membre de (5). Il est évident d'après (2) que si λ n'est pas un pôle de N, toute solution de $J_\lambda u = 0$ est une combinaison linéaire des $u_\beta(X;\lambda)$. On démontre que, *si* λ *est un pôle, l'équation* $J_\lambda u = 0$ *a plus de k solutions linéairement distinctes*, ce qui généralise le théorème de Fredholm.

Pour la démonstration, prenons le point $\lambda = 0$. Soient $\Sigma_n u_{\beta,n}\lambda^n$ et $\Sigma_n v_{\beta,n}\lambda^n$ les développements tayloriens respectifs des $u_\beta(X;\lambda)$ et des $v_\beta(X;\lambda)$. Soit

$$Q(X, \Xi; \lambda) = \sum_{n=1}^{p} Q_n(X, \Xi)\lambda^{-n}$$

la partie singulière de N, et soit $P(X, \Xi; \lambda) = N - Q$. On trouve qu'on peut écrire

$$Q_{p-n}(X, \Xi) = \sum_{q=0}^{n} \left\{ \sum_{\alpha=t(n-q)+1}^{t(n-q+1)} \sum_{s=0}^{q} \varphi_{\alpha.s}(X)\psi_{\alpha.q-s}(\Xi) + \sum_{\beta=1}^{k} [u_{\beta.q}(X)\rho_{\beta.n+1-q}(\Xi) + \sigma_{\beta.n+1-q}(X)v_{\beta.q}(\Xi)] \right\},$$

où les entiers $t(n)$ remplissent les conditions $0 = t(0) < t(1) \leq t(2) \ldots \leq t(p)$, et où les fonctions introduites sont telles que les $k + t(p)$ fonctions $\varphi_{\alpha.0}$ et $u_{\beta,0}$ soient linéairement distinctes, et qu'il en soit de même pour les $k + t(p)$ fonctions $\psi_{\alpha.0}$ et $v_{\beta,0}$.

Alors la fonction

$$R(X, \Xi) = P(X, \Xi; 0) - \sum_{\alpha=1}^{t(p-1)} \sum_{n=1}^{p-r(\alpha)-1} \varphi_{\alpha,n}(X)\psi_{\alpha,p-r(\alpha)-n}(\Xi) - \sum_{\beta=1}^{k} \sum_{n=1}^{p} [u_{\beta,n}(X)\rho_{\beta,p-n+1}(\Xi) + \sigma_{\beta,p-n+1}(X)v_{\beta,n}(\Xi)]$$

est un noyau résolvant au sens élargi pour J_0, et toute solution de $J_0 u = 0$ est une combinaison linéaire des $k + t(p)$ fonctions $u_{\beta,0}$ et $\varphi_{\alpha,0}$, qui sont des solutions particulières [l'entier $r(\alpha)$ est déterminé par les conditions $t(r) < \alpha \leq t(r+1)$].

2. Considérons maintenant l'opération linéaire

$$J_\lambda u(X) = g(X; \lambda)\, u(X) - \int_{\mathcal{V}}^{(m)} G(X, A; \lambda)\, u(A)\, dV_A,$$

qui, pour λ fixe, remplit les conditions dans lesquelles est établie la théorie des équations à intégrales principales (³). En outre G et g sont holomorphes par rapport à λ dans un domaine D, et l'on suppose que TJ_λ ne s'annule jamais quand λ est dans D, quelles que soient les valeurs des autres variables. Alors le nombre minimum k des solutions linéairement distinctes de $J_\lambda u = 0$ n'est pas nécessairement égal au nombre minimum l des solutions linéairement distinctes de l'équation associée $K_\lambda v = 0$. Mais on peut définir une *opération résolvante* dont le noyau est méromorphe et qui remplit des conditions indiquées dans les travaux antérieurs et analogues à celles qui concernent les équations de Fredholm. Alors, *en tout point λ où ce noyau est holomorphe, les équations associées ont respectivement k et l solutions linéairement distinctes; en tout pôle, elles en ont respectivement $k+t$ et $l+t$, où t est un entier positif* (non nul). C'est le même énoncé que dans les cas antérieurement traités.

Ce résultat s'étend sans difficulté à des systèmes d'équations à intégrales principales (⁴).

(³) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 2124-2127; **203**, 1936, p. 292-294; **204**, 1937, p. 628-630. Les démonstrations détaillées des résultats annoncés dans ces Notes, pour le cas où l'on a $m = 1$, sont contenues dans le travail cité dans la note (²).

(⁴) *Comptes rendus*, **204**, 1937, Note citée ci-dessus.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques déformations d'origine magnétique et électrique*. Note [1] de M. **Louis Roy.**

Les cas particuliers les plus simples, susceptibles de permettre la détermination expérimentale des nombres $(g, h)/\varepsilon$ et $(g, h)/\varepsilon'$, résultent de la considération d'un cylindre ou d'un mur indéfinis et homogènes placés dans un champ uniforme [2].

1. *Cylindre indéfini.* — Le cylindre étant placé parallèlement aux lignes de forces d'un champ magnétique uniforme donné $\mathcal{H}$, les équations de l'équilibre magnétique, débarrassées des déformations, sont vérifiées en supposant l'aimantation induite constante et parallèle au champ. Cette aimantation ne donnant lieu à aucun magnétisme libre, le champ résultant reste $\mathcal{H}$ dans tout l'espace.

Dès lors, les déformations se réduisent à une dilatation transversale ∂, la même suivant toute direction, donnée par

$$(1) \qquad 8\pi\varepsilon'(\lambda+\mu)\,\partial = \int_0^{\mathcal{H}} \mathcal{B}\, d\mathcal{H} - \frac{\mathcal{H}^2}{2} - g\,\frac{(\mathcal{B}-\mathcal{H})^2}{4\pi\varepsilon'},$$

λ, μ étant les deux coefficients d'élasticité de Lamé.

Dans le cas d'un certain fer de Suède non recuit, on aurait par exemple [3]

$$\mathcal{B} = 25,2.10^3 \text{ gauss, pour } \mathcal{H} = 4.10^3 \text{ gauss,}$$

d'où, pour $\lambda = \mu = 8.10^{11}$ baryes,

$$\partial = \left(2,18 - 0,891\,\frac{g}{\varepsilon'}\right)10^{-6}.$$

Pour ces mêmes valeurs de $\mathcal{B}$ et de $\mathcal{H}$, la formule (4) de notre précédente Note donne $f/\varepsilon' = 0,030$.

2. *Portion de cylindre indéfini.* — Si l'on imagine deux coupures infiniment minces, pratiquées suivant deux sections droites quelconques du cylindre ci-dessus considéré, ces coupures ne modifient pas l'aimantation induite, sauf que les faces de chaque coupure se couvrent de couches magnétiques uniformes de densités $\pm\mathcal{J}$. La portion de cylindre comprise entre les coupures devient ainsi un aimant uniforme de longueur finie, dont

---

[1] Séance du 10 juin 1940.

[2] *Comptes rendus*, 211, 1940, p. 5.

[3] *Recueil de constantes physiques*, 1913, p. 658.

les déformations se réduisent à une dilatation longitudinale ∂_1 et à une dilatation transversale ∂, la même suivant toute direction, données par

$$(2)\quad \begin{cases} 4\pi\varepsilon'(3\lambda+2\mu)\partial_1 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\lambda}{\mu}+1\right)(\mathcal{B}-\mathcal{H})^2 + \mathrm{A} - \left[g+\left(\dfrac{\lambda}{\mu}+1\right)h\right]\dfrac{(\mathcal{B}-\mathcal{H})^2}{4\pi\varepsilon'}, \\ 4\pi\varepsilon'(3\lambda+2\mu)\partial = -\dfrac{\lambda}{4\mu}(\mathcal{B}-\mathcal{H})^2 + \mathrm{A} - \left(g-\dfrac{\lambda}{2\mu}h\right)\dfrac{(\mathcal{B}-\mathcal{H})^2}{4\pi\varepsilon'}, \end{cases}$$

A désignant l'ensemble des deux premiers termes de (1). La comparaison de (1) à (2) montre qu'il n'est plus nécessaire ici de recourir à un champ aussi élevé pour obtenir des dilatations du même ordre. Pour le même échantillon de fer, on a par exemple

$$\mathcal{B} = 14,6.10^3 \text{ gauss} \qquad \text{pour} \quad \mathcal{H} = 10 \text{ gauss},$$

d'où

$$\partial_1 = \left(4,21 - 0,336\frac{g+2h}{\varepsilon'}\right)10^{-6}, \qquad \partial = -\left(1,05 + 0,168\frac{2g-h}{\varepsilon'}\right)10^{-6}.$$

3. *Lame à faces parallèles indéfinie.* — Si l'on place une telle lame normalement aux lignes de forces du champ magnétique uniforme donné $\mathcal{H}$, les deux couches induites sur chaque face réduisent considérablement le champ intérieur à la lame et la dilatation longitudinale ∂_1 qui en résulte devient de l'ordre de 10^{-7}, avec les données numériques du numéro 1. Il n'en est plus de même si la lame est le diélectrique d'un condensateur, parce que le champ électrique H dans la lame peut alors être porté à une valeur très élevée, grâce à une différence de potentiel suffisante entre les armatures.

Pour des armatures non adhérentes, on trouve

$$8\pi\varepsilon(\lambda+2\mu)\partial_1 = (\mathrm{K}-1)^2\mathrm{H}^2\left(\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{K}-1} - \frac{\mathrm{g}+\mathrm{h}}{2\pi\varepsilon}\right),$$

ce qui donnerait pour le verre ordinaire ($\lambda = \mu = 2,5,10^{11}$ baryes, $\mathrm{K} = 6$) [4] et $\mathrm{H} = 1,2.10^5$ volts/mm,

$$\partial_1 = \left(2,54 - 0,338\frac{\mathrm{g}+\mathrm{h}}{\varepsilon}\right)10^{-5}, \qquad \text{avec} \quad \frac{\mathrm{f}}{\varepsilon} = 1,26.$$

Pour des armatures adhérentes, on obtient

$$8\pi\varepsilon(\lambda+2\mu)\partial_1 = -\mathrm{H}^2\left[\mathrm{K} + (\mathrm{K}-1)^2\frac{\mathrm{g}+\mathrm{h}}{2\pi\varepsilon}\right],$$

---

(4) *Loc. cit.*, p. 173 et 560.

de sorte que, abstraction faite du terme en $g+h$, la contraction est $K-1$ fois plus petite que la dilatation précédente.

4. *Portion de lame à faces parallèles indéfinie.* — Si l'on imagine une coupure infiniment mince pratiquée, suivant une courbe fermée arbitraire, normalement à la lame indéfinie, cette coupure ne modifie pas la polarisation induite et isole un cylindre droit ayant pour hauteur l'épaisseur de la lame et pour base la surface intérieure à la courbe. Comme au n° 2, les déformations de ce cylindre se réduisent à une dilatation longitudinale ∂_1 et à une dilatation transversale ∂ indépendante de la direction.

Pour des armatures non adhérentes, on trouve

$$8\pi\varepsilon(3\lambda+2\mu)\,\partial_1=(K-1)^2H^2\left[\frac{\lambda}{\mu}+\frac{K}{K-1}-\frac{g+\left(\frac{\lambda}{\mu}+1\right)h}{2\pi\varepsilon}\right],$$

$$8\pi\varepsilon(3\lambda+2\mu)\,\partial=(K-1)^2H^2\left(-\frac{\lambda}{2\mu}+\frac{1}{K-1}-\frac{g-\frac{\lambda}{2\mu}h}{2\pi\varepsilon}\right).$$

L'ordre de grandeur de ∂_1 est donc le même que pour la lame indéfinie. Avec les mêmes données numériques qu'au n° 3, il vient ainsi

$$\partial_1=\left(2,79-0,202\,\frac{g+2h}{\varepsilon}\right)10^{-5},\qquad \partial=-\left(3,80+1,01\,\frac{2g-h}{\varepsilon}\right)10^{-6}.$$

Pour des armatures adhérentes, on obtient

$$8\pi\varepsilon(3\lambda+2\mu)\,\partial_1=-H^2\left[\frac{\lambda}{\mu}(2K-1)+K+(K-1)^2\,\frac{g+\left(\frac{\lambda}{\mu}+1\right)h}{2\pi\varepsilon}\right],$$

$$8\pi\varepsilon(3\lambda+2\mu)\,\partial=\quad H^2\left[\frac{\lambda}{2\mu}(2K-1)+K-1-(K-1)^2\,\frac{g-\frac{\lambda}{2\mu}h}{2\pi\varepsilon}\right].$$

Abstraction faite des termes en g, h, qui restent les mêmes avec ou sans adhérence, on voit que la non-adhérence, donnant lieu à des dilatations plus appréciables, semble plus favorable du point de vue expérimental.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nouveau cas d'hérédité à retardement chez le Topinambour.* Note de M. **Lucien Daniel**.

A la fin du XXe siècle, les botanistes considéraient le greffage comme un agent exclusivement fixateur, incapable de provoquer la moindre variation

tant chez les végétaux greffés que dans leur descendance. Dans des recherches effectuées de 1890 à 1895, je montrai expérimentalement l'existence de variations très nettes apparaissant à la fois chez l'épibiote et l'hypobiote ou bien sur un seul d'entre eux, ainsi que, beaucoup plus rarement, sur leur descendance. Ces variations pouvaient, en certains cas, être conservées par multiplication végétative ou par graines, ce qui permettait d'en tirer parti dans la pratique et de s'en servir pour l'amélioration systématique des végétaux. Ces faits montraient que la question de l'influence réciproque des plantes greffées que l'on croyait définitivement tranchée dans le sens de la négative demandait de nouvelles recherches pour être définitivement résolue.

Cependant la portée de mes premières études avait été de suite comprise par quelques esprits d'avant-garde, parmi lesquels figurait M. A. Giard. Celui-ci m'écrivit alors : « J'ai plusieurs fois cité dans mes Cours les importants résultats que vous avez obtenus comme une preuve très solide de l'action du soma sur les éléments reproducteurs et une réfutation des idées de Weissmann ». Depuis cette époque, la science a marché. L'influence réciproque de l'épibiote et de l'hypobiote n'est plus niée aujourd'hui par les savants qui ont par eux-mêmes étudié expérimentalement cette question, avec le soin et la continuité qu'elle nécessite.

Schmidt et Meyer (1910), après avoir constaté le passage de l'atropine dans des greffes de *Datura* sur pomme de terre, déjà observé par Strasburger (1884), puis celui de la nicotine dans les greffes de *Nicotiana Tabacum* sur *Nicotiana affinis*, conclurent : « Il semble donc possible que les cellules différentes qui se mélangent à l'endroit de la greffe puissent agir en symbiose et *s'influencer réciproquement* ».

Plus récemment Woycicky, (*Act. Soc. bot. polon.*, 9, n° 1, 1932, p. 47), dans une étude très poussée sur l'hybride de greffe entre deux variétés de Lilas obtenu en 1932 par Hoser, à Varsovie, a écrit : « *L'existence de l'influence mutuelle de protoplasmas génétiquement différents et réunis par la greffe ne fait aucun doute*, malgré les résultats négatifs mentionnés par Hans Winkler en 1910 ».

J'ai moi-même, au cours de diverses publications [1], décrit sur certains descendants du Topinambour greffé sur le Soleil annuel qui provenaient soit de la multiplication par tubercules ou par graines, des variations nettement héréditaires, apparaissant immédiatement, soit avec un retard

---

[1] *Comptes rendus*, 185, 1926, p. 908.

plus ou moins long, soit par intermittences. Au cours de ces dernières années, j'ai observé de curieux exemples d'hérédité à retardement chez mes *Helianthus tuberannuus* hybrides de greffe. Depuis son obtention, en 1932, la variété *H. crispus* s'était reproduite identique à elle-même et n'avait pas donné de tubercules aériens. Or, à la suite de la grande sécheresse de 1932, se développèrent sur sa tige de gros tubercules aériens dont quelques-uns fournirent un capitule qui s'épanouit bientôt. Ce développement condensé d'un organe qui n'aurait dû pousser qu'au printemps suivant se reproduisit en 1939, mais moins prononcé, et il ne s'est pas montré cette année. Reviendra-t-il plus tard, manifestant une hérédité intermittente, ou bien le caractère nouveau a-t-il disparu définitivement? L'avenir le dira.

Il y a trois ans, je remarquai sur un exemplaire d'*Helianthus tuberannuus grandiflorus* une réduction de la longueur de la tige et une floraison précoce du capitule terminal au début de juillet. En 1939, trois exemplaires fleurirent à la fin de juin. Cette année, j'ai planté des tubercules de cette variété séparément dans les jardins de mon laboratoire et au Jardin des Plantes où elle est cultivée comme ornement. Non seulement le nanisme s'est accentué et la variation s'est produite sur quinze exemplaires différents, mais la floraison s'est faite du 1er au 30 juin. Le même phénomène est apparu cette année pour la première fois sur l'*Helianthus tuberannuus Cavalieri*, qui s'est non seulement nanifié, mais ramifié, et a porté des fleurs plus nombreuses mais plus petites. En sélectionnant les types les plus intéressants au point de vue horticole, il y a lieu d'espérer qu'on finira par les fixer comme mes *Helianthus nanus*, *H. angustifolius*, etc.

De ces faits, contrôlés, on peut tirer les conclusions suivantes :

1° Les descendants par graine des plantes greffées gardent, en certain cas, le souvenir plus ou moins durable de la vie passée en commun par leurs ancêtres, c'est-à-dire de leur symbiose à la fois mutualistique et antagonistique et des réactions cellulaires consécutives à la juxtaposition ou la combinaison de cellules en contact aux points cicatriciels d'union. Cette persistance du souvenir n'est pas sans rapport avec celle des hybrides sexuels résultant de la symbiose de cellules sexuelles différenciées (atavisme, regroupement de caractères spécifiques, apparition de formes nouvelles, dédoublements etc.).

2° Les variations du Topinambour greffé, quel que soit leur mode d'hérédité (végétative ou sexuée), sont un des exemples les plus démonstratifs de l'hérédité des caractères acquis. Non seulement elles sont *nouvelles*, mais, pour les expliquer, l'on ne peut invoquer l'action du

croisement sexuel, puisque le Topinambour ne donne pas, depuis 400 ans environ, de graines sous notre climat et qu'il ne fournit pas d'hybrides avec le Soleil annuel qui fleurit bien avant lui. Pour ces raisons le Topinambour constitue un *matériel de choix* pour l'étude expérimentale de l'hérédité des caractères acquis et l'influence du milieu extérieur sur l'évolution.

M. **Selman A. Waksman** fait hommage à l'Académie de brochures intitulées :

1° *Peat and Its Uses;*

2° *Cook-Voorhees-Lipman. Contribution of Rutgers to Soil Science. A Century of Progress;*

3° *Significance of the Constituents of the so-called Nitrogen-free Extract of Plant Materials as a Source of Organic Matter in Soil;*

4° *On the Classification of Actinomycetes.*

CORRESPONDANCE.

ARITHMÉTIQUE. — *Sur certains aspects analytiques du théorème de Fermat.* Note [1] de M. **Sylvain Wachs**, présentée par M. Henri Villat.

L'unique but de la présente Note est de donner quelques formes d'énoncés s'offrant comme des équivalents du théorème de Fermat, énoncés qui, à notre connaissance, n'ont pas encore été signalés.

I [2]. Soient a, b, c trois entiers, au sens ordinaire du mot, de signes quelconques. Considérons la fonction

$$f(z)=\frac{a}{1-az}+\frac{b}{1-bz}+\frac{c}{1-cz}=\frac{Q(z)}{P(z)}.$$

Cette fonction n'est autre, au signe près, que la dérivée logarithmique du polynome $P(z)$. Supposons pour fixer les idées que c soit le plus grand en valeur absolue des trois nombres a, b, c. Dans ces conditions la fonction $f(z)$ est, à l'intérieur du cercle $|z|<\frac{1}{c}$, développable en série suivant les puissances croissantes de z, le coefficient de z^{n-1} étant $S_n=a^n+b^n+c^n$.

---

(1) Séance du 29 juillet 1940.

(2) Voir *Revue Scientifique*, t. 78, mai 1940, p. 297.

Donc, pour démontrer le théorème de Fermat, il suffirait de prouver que, *dans le développement en série de puissances de la dérivée logarithmique d'un polynome du troisième degré ayant pour racines les inverses de trois entiers, aucun des coefficients* S_n *n'est nul.*

Si l'on remarque que la fonction $f(z)$ a pour seule singularité un pôle simple sur son cercle de convergence, il résulte des travaux de M. Mandelbrojt sur les séries lacunaires que dans le développement de $f(z)$ en série de puissances, il ne pourra y avoir qu'un nombre fini de coefficients nuls. On peut aller plus loin et prouver que ce nombre fini est au plus égal à 1; cela tient au fait que l'équation $(1+z^n)^p=(1+z^p)^n$, où n et p sont impairs, n'a pas d'autres racines réelles que 0 et -1.

II. Les coefficients S_n du développement de $f(z)$ sont liés par une relation de récurrence

$$S_{n+1}=u_1 S_n - u_2 S_{n-1} + u_3 S_{n-2}$$

en posant

$$u_1=S_1=a+b+c, \qquad u_2=ab+bc+ca, \qquad u_3=abc.$$

Considérons dans le plan projectif réel, l'homographie

$$(\mathcal{H}) \qquad x'=y, \qquad y'=z, \qquad z'=u_3 x - u_2 y + u_1 z.$$

L'équation caractéristique de cette homographie n'est autre que $\lambda^3-u_1\lambda^2+u_2\lambda-u_3=0$ qui admet pour racines les trois entiers a, b, c. Prenons le point $M_0(x=3,\ y=u_1,\ z=u_1^2-2u_2)$. Il est clair que l'homologue de ce point par l'homographie $\mathcal{K}=\mathcal{H}^p$ aura pour coordonnées S_p, S_{p+1}, S_{p+2}; si le théorème de Fermat est vrai pour la valeur entière p, ce point ne se trouvera jamais sur un côté du triangle de référence. Donc, pour démontrer le théorème de Fermat, il suffirait de prouver que, *parmi les homologues du point* M_0 *par les puissances successives d'une homographie* $\mathcal{H}$ *dont l'équation caractéristique a toutes ses racines distinctes entières et réelles, aucun n'est situé sur un côté du triangle de référence.*

III. La fonction $\varphi(z)=(1+z)^m$, où m est un nombre réel positif inférieur à 1, peut être développée par la formule généralisée du binome de Newton suivant les puissances croissantes de z en une série uniformément convergente à l'intérieur du cercle unité

$$(1) \qquad (1+z)^m=1+mz+\frac{m(m-1)}{2!}z^2+\ldots=1+\sum_{p=1}^{\infty}A(p,m)z^p.$$

Les $A(p, m)$ satisfont manifestement à la relation fonctionnelle

$$(x+1)A(x+1, y) = (y-x)A(x, y),$$

dont on peut mettre la solution sous la forme

$$A(x, y) = \frac{\xi(y)\Gamma(x-y)\cos\pi x}{\Gamma(x+1)},$$

où $\xi(y)$ est une fonction arbitraire de y; si l'on prend pour cette fonction l'expression $-y/\Gamma(1-y)$, on trouve pour $A(x, y)$

$$A(x, y) = \frac{y\Gamma(x-y)\cos[\pi(x+1)]}{\Gamma(x+1)\Gamma(1-y)},$$

et il est clair que si l'on donne à y la précédente valeur m et à x une valeur entière p au moins égale à 1, $A(p, m)$ devient identique au coefficient de z^p dans le développement de $\varphi(z)$. On a donc

$$A(p, m) = \frac{(-1)^{p+1}}{p!}\frac{m}{\Gamma(1-m)}\Gamma(p-m) = \frac{(-1)^{p+1}}{p!}\frac{m}{\Gamma(1-m)}\int_0^\infty t^{p-m-1}e^{-t}\,dt.$$

En remplaçant $A(p, m)$ par cette valeur dans le développement (1), on obtient aisément, en intervertissant l'ordre des signes Σ et $\int$, ce qui est légitime puisque la série est uniformément convergente,

$$(1+z)^m = 1 + \frac{m}{\Gamma(1-m)}\int^\infty t^{-m-1}(1-e^{-zt})e^{-t}\,dt;$$

donnons à m la valeur $1/n$; on arrive après des calculs très simples, à la formule

$$\sqrt[n]{1+z} = 1 + \frac{1}{\Gamma\left(\frac{n-1}{n}\right)}\int_0^\infty t^{-2}(1-e^{-zt^n})e^{-t^n}\,dt.$$

Donc, pour prouver le théorème de Fermat, il suffirait d'établir que *si z est la puissance $n^{ième}$ d'une fraction rationnelle inférieure à l'unité, les deux intégrales*

$$\int^\infty t^{-2}(1-e^{-zt^n})e^{-t^n}\,dt \quad \text{et} \quad \int_0^\infty t^{n-2}e^{-t^n}\,dt = \frac{1}{n}\Gamma\left(\frac{n-1}{n}\right)$$

sont incommensurables entre elles.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les systèmes d'équations du premier ordre en involution.* Note [1] de M. **Marcel Mendes**, présentée par M. Henri Villat.

1. Soit un système d'équations aux dérivées partielles du premier ordre en involution

$$F_i(x_k, p_l) = 0 \qquad (i, k, l = 1, 2, \ldots, n), \tag{1}$$

ne contenant que les variables indépendantes x et les dérivées partielles p de la fonction inconnue z. On sait que si au point $x_k = x_k^0$, $p_l = p_l^0$ le déterminant fonctionnel $\Delta = D(F_1, F_2, \ldots, F_n)/D(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ est différent de zéro, ce système admet une intégrale holomorphe autour de ce point.

J'ai étudié la forme que prend l'intégrale lorsque Δ est nul en ce point sans l'être identiquement.

2. Le cas particulier d'équations linéaires par rapport aux p se traite facilement et l'on montre que le système admet une intégrale holomorphe au point considéré.

3. Le cas le plus ordinaire est celui où, en supposant différent de zéro un mineur d'ordre $n-1$ de Δ, les p se tirent des équations (1) sous la forme

$$p_i = P_i + Q_i\sqrt{R},$$

les P, Q, R étant des fonctions holomorphes des x au point considéré, R s'y annulant. Nous supposons que R contient des termes du premier degré.

La fonction z se décompose en

$$z = z_1 + z_2 \qquad \text{avec} \qquad \frac{\partial z_1}{\partial x_i} = P_i, \qquad \frac{\partial z_2}{\partial x_i} = Q_i\sqrt{R}.$$

z_1 est fonction holomorphe des x et l'on démontre que l'on a

$$z = ZR^{\frac{3}{2}} \qquad (\text{Z, fonction holomorphe}).$$

Les grandes lignes de la démonstration sont les suivantes : si l'on pose

---

[1] Séance du 29 juillet 1940.

$z_2 = z'_2 R^{3/2}$, z'_2 est intégrale du système

$$(2)\qquad R\frac{\partial z'_2}{\partial x_i} + \frac{3}{2}\frac{\partial R}{\partial x_i} z'_2 = Q_i;$$

on pose à nouveau

$$z'_2 = kR^{-\frac{3}{2}} + Z \qquad (k = \text{const.}),$$

Z étant une intégrale particulière de (2), et l'on doit démontrer l'existence d'une intégrale holomorphe Z.

Pour cela, on ramène, au moyen d'un changement de variables, le système (2) à la forme

$$(\lambda y_1 + \ldots)\frac{\partial f}{\partial y_1} = \left(-\frac{3}{2}\lambda + \lambda_1 y_1 + \ldots + \lambda_n y_n + \ldots\right) f + \Lambda_1 y_1 + \ldots + \Lambda_n y_n + \ldots,$$

$$(\lambda y_1 + \ldots)\frac{\partial f}{\partial y_k} = (\lambda'_k + \lambda_1^k y_1 + \ldots + \lambda_n^k y_n + \ldots) f + \Lambda_1^k y_1 + \ldots + \Lambda_n^k y_n + \ldots$$
$$(k = 2, 3, \ldots, n).$$

La première équation de ce système suffit pour calculer les valeurs au point considéré de toutes les dérivées partielles de f et l'on démontre par la méthode des fonctions majorantes la convergence du développement obtenu.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la détermination des expressions limitatives exactes dans certains théorèmes de la théorie des fonctions analytiques.* Note (¹) de M. **Ou Tchen Yang**, présentée par M. Paul Montel.

Sur une surface de Riemann S simplement connexe, j'appelle *ligne ordinaire* toute ligne, unissant deux points P_0 et P, dont tous les points sont points ordinaires de S, sauf peut-être le point final P. J'envisage en particulier deux espèces ordinaires fermées : 1° Les lignes sans point double et sans point de ramification à l'intérieur, 2° les lignes formant lacets, constituées par une ligne allant de P_0 à un point voisin de ramification et parcourue deux fois en sens inverses et par une petite courbe fermée entourant ce point de ramification. J'appelle ces lignes *de première et de deuxième espèce.*

Soit deux surfaces de Riemann S et S_1 simplement connexes, ayant pour support un même plan des z. Une correspondance entre les points de

---

(¹) Séance du 10 juin 1940.

deux parties respectives de S et de S_1 est dite *correspondance par projection continue* lorsque deux points homologues se projettent en un même point z et la continuité se conserve.

La surface S_1 est dite *portée par* S s'il est possible de choisir les points homologues initiaux P_0 et $P_{1,0}$ de façon que : 1° à toute ligne ordinaire tracée sur S_1 et issue de $P_{1,0}$ corresponde par projection continue une ligne ordinaire tracée sur S et issue de P_0; 2° à toute ligne fermée sur S_1, de première ou de deuxième espèce, corresponde une ligne fermée sur S.

Plus généralement, la surface S_1 est dite *quasi portée par* S s'il est possible de choisir les points initiaux de façon que : 1° à toute ligne ordinaire tracée sur S_1 et issue de $P_{1,0}$ corresponde par projection continue une ligne ordinaire tracée sur S et issue de P_0; 2° à toute ligne fermée sur S_1, de première espèce, corresponde une ligne fermée sur S; 3° à toute ligne fermée sur S_1 de deuxième espèce comprenant une ligne $P_{1,0}P_{1r}$ menant au voisinage d'un point de ramification P_{1r} corresponde une ligne, fermée ou non sur S, qui présente toujours une petite boucle englobant le point P_r, homologue de P_{1r}.

THÉORÈME. — *Soient* X, Z *deux aires de Riemann simplement connexes portant les variables x et z. On suppose que chacune soit représentable conformément sur un domaine fini et l'on désigne par* $G_X[(x_0, t_0), (x, t)]$ et $G_Z[(z_0, u_0), (z, u)]$ *les fonctions de Green respectives de ces surfaces.*

Soit $z = f(x, t)$ une fonction méromorphe sur X, *transformant* X *en une aire de Riemann* Z_1 *quasi portée par* Z. *On a l'inégalité*

$$G_Z[(z_0, u_0), (z, u)] \geqq G_X[(x_0, t_0), (x, t)]$$

quels que soient les points (x_0, t_0) (x, t) *de* X *et les points* (z_0, u_0), (z, u) *de* Z *qui leur correspondent, en général multiformément.*

L'égalité ne peut avoir lieu en un point intérieur que si Z_1 *est identique à* Z.

Ce théorème généralise une proposition antérieure de M. Ernest Lindelöf ([2]) par le remplacement des termes « porté » par les termes « quasi porté ». La seule application de la proposition de M. Lindelöf fournirait des propriétés des fonctions analytiques admettant des valeurs exceptionnelles *de rang* r_i, le présent théorème étend ces propriétés aux valeurs exceptionnelles *de poids* $\geqq 1 - (1/r_i)$.

On sait qu'une valeur exceptionnelle z_i d'une fonction $f(x)$ est de rang

([2]) *Acta Societatis Scientiarum Fennicae*, 35, n° 7, 1909, p. 201; Gaston JULIA, *Principes géométriques d'analyse*, 2e partie, Chap. IV, p. 68-90, Paris, 1932.

(entier) r_i si $f(x) = z_i$ n'a que des racines d'ordre multiple de r_i, elle est de poids $\geqq 1 - (1/r_i)$ si $f(x) = z_i$ n'a que des racines au moins r_i-uples.

On a en effet le résultat suivant :

Étant donné n valeurs complexes z_i et n entiers correspondants r_i, soit $f(x)$ une fonction méromorphe dans le cercle-unité, admettant z_i comme valeurs exceptionnelles de poids au moins égal à $1 - 1/r_i$, avec $\Sigma(1 - 1/r_i) - 2 > 0$. On a alors l'inégalité

$$(f(x_0), f(x)) \leqq \mathrm{MD}(x_0, x),$$

quels que soient les points x_0, x dans le cercle-unité; les parenthèses et la lettre D *désignent respectivement les distances sphérique et hyperbolique et* M *est une constante.*

A partir de ce dernier théorème, M. Raphaël M. Robinson a démontré (³) des propositions généralisant les théorèmes classiques de Picard, Montel, Landau et Schottky.

La méthode employée permet de trouver les valeurs exactes des expressions limitatives qui figurent dans les théorèmes : *ces valeurs sont atteintes par certaines fonctions fuchsiennes de la première classe* (⁴) *qui décrivent des surfaces de Riemann à une infinité de feuillets, complètes et régulières, jouant le rôle de la surface Z.*

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la continuité des fonctions à variation bornée continue par rapport à chacune des variables.* Note (¹) de M. **Léon Motchane**, présentée par M. Paul Montel.

Dans un travail *sur les Fonctions doublement convexes et les fonctions doublement sous harmoniques* (*Praktika* de l'Académie d'Athènes 6, 1931, p. 374), M. Paul Montel a démontré le théorème suivant (²) : *une fonction $f(x, y)$ doublement convexe est continue par rapport à l'ensemble des deux variables.*

Une fonction est dite doublement convexe si elle est convexe en x quel

---

(³) *Duke Mathematical Journal*, 5, 1, 1939, p. 118-132.

(⁴) Pierre Fatou, *Fonctions automorphes*, t. 2 de la *Théorie des fonctions algébriques d'une variable* de Appell et Goursat, Paris, 1930.

(¹) Séance du 10 juin 1940.

(²) Indépendamment de M. H. Kriticos, qui a donné une démonstration de ce théorème (*Bulletin de la Société mathématique de Grèce*, **11**, 1930, p. 21-28).

que soit y et convexe en y quel que soit x. Ce théorème peut être étendu dans une certaine mesure aux fonctions à variation bornée : *une fonction $f(x)$ continue séparément en x et en y et à variation bornée en x est continue en (x, y) si la variation totale de $f(x, y)$ en x, $v(x, y)$ est continue par rapport à y.*

$f(x, y)$ étant supposée à variation bornée en x au voisinage d'un point (x_0, y_0), nous pouvons écrire, avec les notations d'usage,

$$f(x, y) = f(x_0, y) + P_{x_0}(x, y) - N_{x_0}(x, y) \tag{1}$$

où P et N sont des fonctions monotones non décroissantes avec x.

La variation totale $V_{x_0}(x, y)$ étant supposée continue par rapport à y, il en est de même de $P_{x_0}(x, y)$ et de $N_{x_0}(x, y)$ grâce aux égalités connues

$$2P_{x_0} = V_{x_0} + f(x, y) - f(x_0, y)$$
$$2N_{x_0} = V_{x_0} + f(x_0, y) - f(x, y).$$

Or on sait qu'une fonction de deux variables, continue par rapport à l'une d'elles et continue et monotone par rapport à l'autre, est continue. Il s'ensuit que $P_{x_0}(x, y)$ et $N_{x_0}(x, y)$ sont continues par rapport à l'ensemble des deux variables; en vertu de (1) $f(x, y)$ est continue au point (x_0, y_0).

On voit que les fonctions doublement convexes satisfont aux conditions énoncées : elles sont continues et à variation bornée par rapport à chacune des variables et la variation totale par rapport à l'une d'elle, par exemple x_1 est continue en y. Contrairement au théorème de M. P. Montel et M. Kriticos, le théorème énoncé ne s'étend pas, dans toute sa généralité, aux fonctions de plus de deux variables.

L'énoncé général devient le suivant :

Pour qu'une fonction de n variables $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, continue en $x_1, x_2, \ldots, x_n$ et à variation bornée (au sens de M. Lebesgue), soit continue au point P, il suffit que la variation totale de f par rapport à $x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ soit continue en P par rapport à x_n.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la perméabilité des membranes.* Note [1] de M. **V. A. Kostitzin**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. Dans cette Note je ne me propose pas de donner une solution, même partielle, de ce problème important. Mon but est beaucoup plus modeste :

---

[1] Séance du 22 juillet 1940.

je veux construire une ébauche mathématique de la théorie applicable dans certains cas particuliers. Imaginons un appareil constitué par un tube symétrique en V dont la partie médiane est traversée par une membrane. Une branche (la gauche) de cet appareil contient de l'eau distillée, l'autre une solution dont il faut étudier le passage à travers la membrane. La matière dissoute est nécessairement dissociée, en partie ou totalement. Deux cas sont possibles : 1° la membrane laisse passer en nombres égaux les ions positifs et négatifs; 2° la membrane laisse passer les ions en nombres inégaux. La théorie physique de ce passage et du rôle des charges électriques n'est pas encore créée. On peut indiquer des cas où une membrane chargée laisse passer en nombres égaux les ions de signes différents; on peut signaler des cas contraires.

2. C'est le premier cas que j'examine. Soient x_1, y_1 les nombres par centimètre cube de molécules intactes dans les branches droite et gauche du tube, x_2, y_2 les nombres de molécules dissociées, x, y les nombres totaux de molécules et ν, o les concentrations moléculaires initiales. Des considérations cinétiques très simples montrent que le nombre de molécules de chaque espèce qui passent à travers la membrane est proportionnel à la différence de concentrations moléculaires respectives des deux côtés de la membrane. L'état de dissociation des solutions à droite et à gauche ne reste pas invariable pendant l'expérience. Il est entretenu par des actions très variées, mais surtout par l'action thermique et chimique du dissolvant; nous admettons au contraire que l'action *brisante* de chocs entre les molécules intactes est négligeable. Dans ces conditions le nombre de molécules dissociées par unité de temps sera respectivement proportionnel à x_1, y_1. D'autre part il faut prévoir une certaine reconstitution de molécules par l'action du mécanisme cinétique bien connu, ce qui donne dans les équations des termes respectivement proportionnels à x_2^2, y_2^2. Dans ces conditions on peut exprimer le processus de passage à travers la membrane par les équations différentielles

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = \sigma_1(y_1 - x_1) - \alpha x_1 + \beta x_2^2; & \dfrac{dx_2}{dt} = \sigma_2(y_2 - x_2) + \alpha x_1 - \beta x_2^2; \\ \dfrac{dy_1}{dt} = \sigma_1(x_1 - y_1) - \alpha y_1 + \beta y_2^2; & \dfrac{dy_2}{dt} = \sigma_2(x_2 - y_2) + \alpha y_1 - \beta y_2^2. \end{cases}$$

Les coefficients α, β dépendent de la température; les coefficients σ_1 et σ_2 dépendent de la température, de l'épaisseur de la membrane et de la structure des pores.

3. On peut tirer des équations (1) les conclusions suivantes : 1° la somme des variables reste constante, ce qui n'exprime que le fait banal de la conservation de la matière; 2° le processus se termine par l'égalisation des concentrations à gauche et à droite; 3° dans cet état limite un certain équilibre de dissociation s'établit, et l'on a

$$\alpha a_1 = \beta a_2^2, \qquad a_1 + a_2 = \frac{v}{2}, \tag{2}$$

a_1 et a_2 étant respectivement les concentrations moléculaires limites pour les molécules intactes et les molécules dissociées; 4° la concentration moléculaire relative de molécules dissociées a_2/v est une fonction décroissante de la concentration initiale v, alors que a_2 en est la fonction croissante, ce qui est conforme à la réalité.

4. On peut chercher les solutions de (1) sous la forme de séries exponentielles

$$\left\{\begin{aligned} x_1 &= a_1 + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_{1k} e^{-\rho_k t}, & x_2 &= a_2 + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_{2k} e^{-\rho_k t}, \\ y_1 &= a_1 + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{1k} e^{-\rho_k t}, & y_2 &= a_2 + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{2k} e^{-\rho_k t}; \end{aligned}\right. \tag{3}$$

en supposant que la vitesse moyenne des molécules dissociées soit supérieure à celle des molécules intactes et que par conséquent $\sigma_2 > \sigma_1$, on trouve les trois premiers coefficients caractéristiques

$$\rho_1 = 2\sigma_1 + \frac{1}{2}(A_1 - A_2)^2, \qquad \rho_2 = 2\sigma_1 + \frac{1}{2}(A_1 + A_2)^2, \qquad \rho_3 = \alpha + 2\beta a_2 \tag{4}$$

en posant

$$A_1^2 = \beta a_2 + \frac{1}{2}\left[\sqrt{\alpha} + \sqrt{2(\sigma_2 - \sigma_1)}\right]^2, \qquad A_2^2 = \beta a_2 + \frac{1}{2}\left[\sqrt{\alpha} - \sqrt{2(\sigma_2 - \sigma_1)}\right]^2.$$

Tous les autres coefficients caractéristiques ρ_k sont des combinaisons linéaires à coefficients entiers non négatifs de ρ_1, ρ_2, ρ_3. Pour t suffisamment grand on peut représenter y par la formule approchée

$$y = \frac{\nu}{2}(1 - e^{-\rho_1 t}) - \frac{\nu(\rho_1 - 2\sigma_1)}{\rho_2 - \rho_1}(e^{-\rho_1 t} - e^{-\rho_2 t}), \tag{5}$$

et même dans plusieurs cas par la formule simple

$$y = \frac{\nu}{2}(1 - e^{-\rho_1 t}). \tag{6}$$

Les formules (4) donnent une expression théorique du coefficient empirique ρ_1 et permettent d'étudier ce coefficient en tant que fonction de différents facteurs physiques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude au moyen de l'effet Raman de la constitution des solutions contenant du chlorure stanneux en présence d'un excès d'ions* Cl^-. *Mise en évidence et structure de l'ion stannotrichlorure.* Note (¹) de Mlle **Marie-Louise Delwaulle** et M. **Félix François.**

Le spectre Raman des solutions très chlorhydriques de chlorure stanneux a déjà été décrit par Volkringer, Tchakirian et Mme Freymann (²). Ces auteurs l'attribuent à l'acide stannochlorhydrique $SnCl^3H$ et le rattachent au type chloroforme, cette analogie justifiant pour le chloroforme la formule développée $\begin{matrix}Cl\\Cl\end{matrix}\!\!>C—Cl—H$.

L'acide stannochlorhydrique est supposé même, par ces auteurs, dissocié en solution. Il donne donc des ions qui nous paraissent devoir être du type AX^3 et non du modèle AX^3Y.

L'étude de l'état de dépolarisation des raies, indispensable pour étayer une hypothèse structurale, n'ayant pas été faite, nous avons repris la question.

Le spectre Raman et la dépolarisation ont été déterminés non seulement pour les solutions chlorhydriques de chlorure stanneux, mais aussi dans le cas des solutions de ce sel dans une liqueur de chlorure de calcium.

	Spectre Volkringer.	$SnCl^2$ dans HCl.	$SnCl^2$ dans $CaCl^2$.
Fréquences	112 large, diffuse	120 large, diffuse	120 large, diffuse
	218 diffuse	220 diffuse (dépol.)	220 diffuse (dépol.)
	265 diffuse	275 diffuse (pol.)	278 diffuse (pol.)
	312 fine, faible	320 fine, faible (P)	

Les spectres sont les mêmes à la raie 320 cm^{-1} près qui est absente dans le troisième et ceci, bien que les solutions de chlorure de calcium étudiées soient aussi riches en chlorure stanneux que les solutions chlorhydriques.

Cette absence ne saurait constituer la seule différence existant entre les spectres d'édifices $(AX^3)^-$, $(AX^4)^{--}$, AX^3Y, ... Nous pensons donc plutôt que les solutions de chlorure stanneux dans l'acide chlorhydrique

(¹) Séance du 20 mai 1940.

(²) *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 292.

et dans le chlorure de calcium contiennent le même édifice. La raie 320 cm^{-1} n'appartiendrait pas à son spectre Raman, mais serait liée à un début d'oxydation du chlorure stanneux. Cette hypothèse se trouve vérifiée par les faits suivants :

1° Une raie de même fréquence, également fine et fortement polarisée, s'observe dans le spectre des solutions contenant à la fois du chlorure stannique et des ions Cl^-.

2° Dans les solutions de chlorure stanneux dans le chlorure de calcium qui ne présentent jamais cette raie, l'oxydation ne s'est jamais produite lors de nos expériences : elle s'accompagnerait d'un trouble qui même très faible empêcherait l'obtention du spectre Raman.

3° Au contraire, l'oxydation des solutions chlorhydriques n'amène aucun trouble de la liqueur. Elle progresse lors du vieillissement de la solution. On constate en même temps sur les spectres successifs d'une même solution, obtenus après des poses égales séparées par d'assez longs intervalles, que la raie 320 cm^{-1} d'abord extrêmement faible s'accuse graduellement. Sa présence est donc bien corrélative d'une oxydation de la liqueur.

Les spectres Raman des solutions de chlorure stanneux dans l'acide chlorhydrique ou le chlorure de calcium sont donc identiques. L'existence d'acide stannochlorhydrique étant impossible dans le deuxième cas, on ne peut admettre, dans le premier, que les ions venant de sa dissociation. Le type AX^3Y est donc à rejeter et il faut trancher entre les ions $(AX^3)^-$, $(AX^4)^{--}$, ...

L'examen de l'état de dépolarisation des raies permet non seulement de rejeter également l'hypothèse d'un modèle AX^3Y, mais aussi d'attribuer une formule à l'ion complexe présent en solution.

Nous admettrons, comme le font Volkringer et ses collaborateurs, que la première raie correspond à un doublet et nous comparerons tout d'abord les trois raies suivantes aux correspondantes du chloroforme :

Chloroforme...........	667 pol.	758 dépol.	1213 dépol.
$SnCl^3H$...............	220 dépol.	275 pol.	320 pol.

Même si l'on conservait la raie 320 cm^{-1}, il n'y a pas analogie entre le spectre de l'acide stannochlorhydrique et celui du chloroforme. En éliminant cette raie que nous avons attribuée à l'oxydation de la liqueur, le spectre comporte donc en fait deux doublets.

La comparaison avec celui des modèles tétraédriques AX^3 et AX^4, en

ce qui concerne le doublet externe seul susceptible de mesures, permet de conclure en faveur de $(SnCl^3)^-$.

Spectre observé pour $(SnCl^3)^-$.		AX³.	AX⁴.
ν_4 / ν_2	120 large	–	–
ν_3	220 dépol	ν_3 dépol.	ν_1 pol.
ν_1	275 pol	ν_1 pol.	ν_3 dépol.

L'ion complexe $(SnCl^3)^-$ a une structure tétraédrique; l'un des sommets est occupé par Sn, les autres par des Cl.

Cette conclusion donne une nouvelle démonstration de l'existence de l'acide stannochlorhydrique, mais, dissocié en ions, il n'a aucune analogie de structure avec le chloroforme.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les chaleurs différentielles de dissolution ou de mélange de quelques corps dans leurs solutions acétoniques étendues.* Note de M. **Jean Perreu.**

J'ai indiqué ([1]) que la chaleur différentielle de dissolution de quelques corps purs normaux dans leurs solutions aqueuses étendues varie, à température constante, proportionnellement à la concentration, suivant la formule approchée

$$\Delta q = \frac{K.\Delta p}{100}. \qquad (1)$$

Dans cette relation, Δq est la variation, en calories-grammes, de la chaleur de dissolution moléculaire correspondant à un changement de concentration Δp, exprimé en grammes de corps dissous, dans 100 grammes de solvant. La constante K est voisine de 1850.

Pour examiner si cette loi est applicable aux solvants organiques, j'ai étudié, en premier lieu, les solutions étendues d'une série de corps dans l'acétone, vers 12°-13°. Les chaleurs spécifiques des solutions utilisées ont été mesurées, entre 14° et 17°, par la méthode du calorifère ([2]). J'ai trouvé pour l'acétone $\gamma_{(14°-17°)} = 0{,}518$. Les chaleurs de dissolution ont été déterminées, au calorimètre de Berthelot, à partir de 350 à 400 grammes de

([1]) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 293.

([2]) *Thèse*, Paris, 1936, p. 47.

solution, à laquelle on ajoute une faible masse du corps à dissoudre, de façon à augmenter la concentration de 1 à 2 % environ.

Résultats obtenus. — Le tableau ci-dessous donne l'ensemble des résultats calorimétriques trouvés. Les notations q_0, q_p représentent, en calories-grammes, les chaleurs de dissolution différentielles dans le solvant pur et dans les solutions de concentration initiale p % ; γ_p exprime la chaleur spécifique moyenne de ces mêmes solutions, entre 14° et 17°.

	γ_p (14°-17°).		q_p.			
Corps étudié.	γ_5 (%).	γ_{10} (%).	q_0.	q_5 (%).	q_{10} (%).	K à l'origine.
			cal	cal	cal	
Naphtalène............	0,510	0,503	−4060	−4150	−4250	1800
Diphényle.............	0,512	0,507	−4390	−4300	−4210	1800
Phénol (monohydrate)..	0,514	0,511	− 280	− 370	− 460	1800
Camphre...............	0,517	0,515	−1020	− 930	− 840	1800
Sulfure de carbone.....	0,508	0,500	−1200	−1110	−1020	1800
Alcool méthylique......	0,525	0,530	− 680	− 590	− 490	1800
Aniline................	0,517	0,515	+1220	+1130	+1040	1800
Benzène................	0,516	0,512	− 210	− 120	− 40(?)	1800
Essence de térébenthine.	0,516	0,513	−1550	−1460	−1370	1800
Résorcine..............	0,513	0,511	−1160	− 900	− 630	5300
Glycol.................	0,523	0,529	−1490	−1220	− 940	5400
Eau....................	0,557	0,592	− 360	− 90	+ 200	5400
Acétamide..............	$\gamma_{(3,87)} = 0,517$	peu soluble	−3860	$q_{(3,87)} = -3,495$	−	7200
Nitrobenzène...........	0,512	0,507	− 150	− 100	− 70 (?)	1000
Chloroforme............	0,507	0,495	+1220	+1215	+1200	négligeable
Tétrachlorure de carbone.	0,507	0,496	+ 35 (?)	0 (?)	− 30 (?)	650
Benzamide..............	$\gamma_{(6)} = 0,509$	peu soluble	−3320	$q_{(4)} = -3,320$	$q_{(6)} = -3,310$	négligeable

Classification des résultats. — La loi de proportionnalité, en solution étendue, entre Δp et Δq, s'applique à l'ensemble des corps étudiés ; mais les valeurs trouvées pour le coefficient K permettent de répartir les résultats précédents en trois groupes.

Pour l'ensemble des neuf premiers corps de la liste ci-dessus, on obtient un nombre K voisin de 1800, et, par suite, sensiblement égal à la valeur trouvée dans l'étude des solutions aqueuses.

Les quatre corps suivants donnent un coefficient K qui est un multiple entier de 1800 ; il est de l'ordre de 1800 × 3 pour la résorcine, le glycol et l'eau, et égal à 1800 × 4 pour l'acétamide.

Enfin la valeur de K observée pour les quatre derniers corps étudiés

est inférieure aux nombres précédents; pour la benzamide et le chloroforme, les Δt observés dans les mesures sont notables et la précision des résultats trouvés est satisfaisante; K est négligeable.

Dans le cas du tétrachlorure de carbone et du nitrobenzène, la précision des mesures est médiocre; les valeurs calculées de K sont faibles et incertaines.

Conclusion. — En résumé, l'étude calorimétrique des solutions étendues, dans l'acétone, nous montre que la chaleur différentielle de dissolution de tous les corps étudiés varie proportionnellement à la concentration et qu'en outre, un grand nombre d'entre eux présentent le même coefficient de proportionnalité.

GÉOLOGIE. — *Discordance et faciès dans l'Extrême-Sud tunisien.* Note de M. **Gilbert Mathieu**.

La géologie de l'Extrême-Sud tunisien nous a été révélée par les travaux de Jourdy, H. Douvillé et Pervinquière. Puis la découverte de Permien marin au Djebel Tébaga de Toujane, qui a été relatée dans ces *Comptes rendus* par MM. Henri Douvillé, Solignac et Berkalloff (1), est venue apporter un intérêt nouveau à cette région des *Monts des Ksours*.

J'exposerai ici des constatations très générales faites durant une mission de prospection géologique dans la région comprise entre Gabès et Foum-Tatahouine de février à juin 1939. J'indiquerai sommairement que le Permien tunisien décrit un anticlinal, dont l'axe est dirigé sensiblement Ouest-Est, de Toujane au Djebel Saïkra. Sur le versant sud de ce pli constitué par le Permien vient s'appliquer un Trias inférieur gréseux (grès d'un rouge brique avec piste de vers et bois fossiles). Ce Trias gréseux forme le substratum de la grande plaine qui s'étend depuis Métameur jusqu'à Kirchaou. Dans la tranche des Monts des Ksours, constitués par une série de Jurassique et de Crétacé, nous avons observé le Bathonien (grès et cargneules) discordant sur le Trias, par l'intermédiaire d'un conglomérat de base, dans la cluse de l'Oued Hallouf, à Sidi-Stout, ainsi que dans le Djebel Mogor. Cette discordance angulaire se retrouve dans la berge de l'Oued Négueb (près de Bir-bou-Gaba) et au nord de Métameur (à la base et à l'est du Tadjéra Shrira).

A une cinquantaine de kilomètres au Sud, au contraire, il y a une conti-

(1) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 21-25.

nuité absolue, tectoniquement, depuis le grès triasique jusqu'au Kimméridgien. Une coupe classique du Trias moyen peut être levée de Kirchaou vers Tatahouine, à travers le Djebel Renach où, en superposition sur le grès rouge, on rencontre le calcaire saumon de Muschelkalk à *Myophoria Goldfussi*, surmonté lui-même par une masse extrêmement puissante de gypse. Les gypses massifs forment une chaîne de collines blanches que traverse la piste de Foum-Tatahouine à Ksar Morra. Au milieu de la formation continentale des gypses, nous avons découvert un niveau marin de calcaire blanc produit par l'accumulation de lamellibranches. On peut identifier une espèce appartenant au genre *Pseudomonotis*, extrêmement voisine des formes d'âge bajocien connues en Europe. Les gypses constituent donc une *série compréhensive* s'élevant du Trias moyen au Bajocien alors qu'ils étaient attribués jusqu'à présent au Keuper. En superposition vient se placer, d'après le pendage, la faune à *Trigonia pullus* (d'âge bathonien par conséquent) du poste optique du Djebel Tlallet. Les tables horizontales qui couronnent les plateaux entre Foum-Tatahouine et Beni-Kreddache sont formées par la dolomie rouge massive à grains fins renfermant de gros moulages de *Pteroceras* et réputée Kimméridgienne. Sous cette corniche une faune riche en *Cidaris*, *Hemicidaris*, *Acrosalenia*, à affinité rauracienne est visible le long de la piste de Ksar Krérarchefa.

Toutes ces observations sont absolument concordantes et démontrent une sédimentation continue du Trias au Portlandien avec remplacement progressif des lagunes à gypse par des bassins marins. Les gypses apparaissent graduellement en lentilles à partir du marabout de Sidi Mosbah et du Ksar Kérikéria et deviennent massifs vers le Sud. Un amincissement graduel du Jurassique vers le Nord amène sa disparition à Kef en Nsoura, où le Cénomanien repose directement et en discordance sur le Permien. Les faciès de marno-calcaire de l'Oxfordien-Callovien de Foum-Tatahouine et de Ghoumerassen passent vers le Nord aux grès avec *ripplemarks* dans le Djebel Mogor. De même, en approchant de la ride permienne les cargneules du Bathonien admettent vers le Nord un conglomérat avec galets du grès rouge triasique sous-jacent.

Ces constatations nous conduisent aux conclusions suivantes :

1° Le ridement du Permo-Trias du Djebel Tébaga des Matmatas, entre Médénine et Toujane, n'affecte pas la région de Foum-Tatahouine restée sub-horizontale depuis le Trias.

Au point de vue paléogéographique, on peut préciser qu'une falaise de dolomie permienne (Djebel Tébaga, Djebel er Remtsia) n'a été franchie

par la mer qu'au moment de la transgression cénomanienne. Des mouvements posthumes du ridement du Tébaga ont amené l'effondrement au nord d'une faille d'un paquet jurassique dans le Djebel er Remtsia. La faille de Remtsia, qui met au contact Callovien et Permien, est d'âge post-jurassique et ante-cénomanien.

2° Les faciès de l'Extrême-Sud tunisien se révèlent très monotones puisque l'alternance des bancs de dolomie, de gypse, de marno-calcaire et de grès persiste non seulement dans tout le jurassique mais encore dans le Crétacé. C'est la grande discordance de Kef en Nsoura qui permet de faire le partage entre les dolomies primaires et celles de la couverture secondaire.

L'accumulation pendant le Jurassique sur des centaines de mètres de marno-calcaires à lamellibranches (et sans céphalopodes) rappelle tout à fait les faciès de l'Afrique orientale.

Le Permien, qui admet des grès avec longues pistes de vers et débris végétaux hachés au milieu des calcaires à *Fusulines*, *Lyttonia* et *Archœocidaris* ou des dolomies à *encrines*, montre aussi l'alternance de formations littorales avec des dépôts franchement marins.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'origine de l'allantoïne*. Note de MM. **Robert Échevin**, **Arthur Brunel** et M[lle] **Isabelle Sartorius**, présentée par M. Marin Molliard.

Depuis la découverte de l'acide urique chez les végétaux, réalisée en 1932 par R. Fosse et ses collaborateurs, l'allantoïne et son dérivé l'acide allantoïque sont considérés comme des substances provenant des nucléo-protéides : *nucléases* et *purinoxydases* transforment les nucléines en acide urique, l'*uricase* oxyde et hydrate l'acide urique pour donner l'allantoïne. L'étude des variations des deux uréides, la nature et l'évolution des enzymes contenus dans les germinations de *Soja* nous ont permis de dégager certains faits qui viennent à l'appui de cette conception.

Nos recherches plus récentes sur les formes uréidiques de l'azote chez diverses phanérogames montrent que l'apparition de l'allantoïne ne peut s'expliquer uniquement par la voie que nous venons d'envisager et qu'un autre processus doit intervenir pour donner naissance à l'uréide.

Dans les plantules d'*Agrostemma Githago*, renfermant des quantités appréciables d'allantoïne et d'acide allantoïque, il est impossible de déceler

l'acide urique et l'*uricase*, dont la présence est cependant indispensable pour expliquer la dégradation des purines jusqu'à l'allantoïne par voie enzymatique. D'autre part, la genèse de l'allantoïne à partir des composés puriques ne constitue pas un processus général, car nous avons, en vain, recherché l'uréide dans les bourgeons de *Tilia sylvestris*, d'*Ampelopsis hederacea* etc.; or, on doit admettre que ces organes en voie de croissance renferment à la fois des acides nucléiques et leurs métabolites. Dans les feuilles entièrement blanches d'*Acer Negundo* l'azote de l'allantoïne et de l'acide allantoïque représente plus de 25 % de l'azote total contenu dans ces organes; cette proportion s'élève même respectivement à 27 et à 45 % dans les axes d'inflorescences de *Wistaria sinensis* et d'*Acer pseudo-Platanus*. Il nous paraît impossible que de telles quantités d'uréides soient le produit du seul métabolisme purique, même en tenant compte du fait que les nucléo-protéides ne sont pas strictement localisés dans le noyau de la cellule.

Cette question de l'origine de l'allantoïne a été longuement discutée en physiologie animale. Analysant les produits d'excrétion de Porcelets soumis à des régimes alimentaires déterminés, E. F. Terroine et G. Mourot concluent que l'allantoïne de l'urine des Mammifères résulte à la fois d'un processus de dégradation des composés puriques et d'une synthèse aux dépens de certains constituants des matières albuminoïdes; la nature des aliments administrés, les recherches antérieures effectuées dans la même voie font supposer que l'arginine et l'histidine sont les acides aminés aux dépens desquels la synthèse, *in vivo*, de l'allantoïne serait réalisable.

De notre côté nous nous sommes demandé quelle pouvait être l'influence du milieu de culture sur la formation de l'allantoïne chez le *Soja hispida*, plante qui renferme normalement cet uréide, en l'obligeant à croître sur des liquides contenant l'un des divers acides aminés susceptibles d'intervenir dans cette synthèse. Nos premières cultures ont été réalisées, les unes sur une solution aqueuse d'histidine à 1 ‰ (monochlorhydrate d'histidine gauche), les autres sur une solution de glycocolle de même concentration, placées à l'obscurité ou à la lumière.

Dans les tableaux ci-contre nous indiquons les teneurs en azote des différentes cultures, les dosages ayant porté séparément sur les cotylédons (C) et sur ce qui reste de la plantule après l'ablation des cotylédons (R).

100 germinations de 16 jours, à l'obscurité.

	Sur glycocolle. N absorbé : 0.			Sur histidine. N absorbé : 92mg.		
	C.	R.	Plantes entières.	C.	R.	Plantes entières.
Substance sèche (mg).....	7350	4700	12050	7048	5405	12453
N protéique..............	292	105	397	285,9	204	489,9
– soluble	229,8	295,8	525,6	223,6	401,3	624,9
– total..................	521,8	400,8	922,6	509,5	605,3	1114,8
– aminé, amidé...........	128,9	193,3	322,2	113,9	224,6	338,5
– de l'allantoïne.........	17,9	21,5	39,4	19,6	21,6	41,2
– de l'acide allantoïque...	16,6	31,6	48,2	15,3	30,7	46
– des uréides glyoxyliques.	34,5	53,1	87,6	34,9	52,3	87,2

100 germinations de 16 jours, à la lumière.

	Sur glycocolle. N absorbé : 67mg.			Sur histidine. N absorbé : 113mg.		
	C.	R.	Plantes entières.	C.	R.	Plantes entières.
Substance sèche (mg).....	6781	6656	13437	5785	7464	13249
N protéique..............	210	135,5	345,5	236,8	222,8	459,6
– soluble................	271,7	384	655,7	277,2	456,8	734
– total..................	481,7	519,5	1001,2	514	679,6	1193,6
– aminé, amidé...........	149,9	267,5	417,4	162,9	309	471,9
– de l'allantoïne	16,5	28,3	44,8	18,6	24,6	43,2
– de l'acide allantoïque...	18,9	28,8	47,7	15	25,1	40,1
– des uréides glyoxyliques.	35,4	57,1	92,5	33,6	49,7	83,3

La culture à l'obscurité, sur glycocolle, peut être considérée comme un témoin qui a végété sur eau distillée, l'absorption du glycocolle ayant été nulle. Il n'existe aucune différence entre les deux cultures développées à l'obscurité quant à la teneur des plantes en uréides; dans les cultures exposées à la lumière, cette différence, bien que plus importante, est de l'ordre des variations individuelles. Dans les trois cas où il y a eu absorption d'acide aminé le gain d'azote ainsi réalisé se retrouve entièrement dans les plantules sous forme d'azote protéique et d'azote soluble, aminé ou amidé. L'absorption d'histidine ne modifie donc en rien la teneur normale des tissus en allantoïne. Dans les conditions expérimentales où les plantes ont été placées, l'histidine ne paraît jouer aucun rôle dans la synthèse de l'allantoïne. Avant de se prononcer il faudrait voir, et c'est là l'objet de recherches en cours, si l'apport d'un milieu de culture plus complexe ne modifie pas le chimisme cellulaire à l'égard de l'histidine.

MYCOLOGIE. — *A propos des Russules tropicales à voile membraneux.* Note de M. **Roger Heim**, présentée par M. Auguste Chevalier.

En 1934, nous avons recueilli à Madagascar plusieurs Russules remarquables, caractérisées par leur voile membraneux inconstant, subsistant souvent sous forme d'anneau, et nous les avons réparties en deux groupes : les *Radicantes* (*Russula radicans*) à *verrues* sporales amyloïdes, réactions oxydasiques faibles, stipe radicant, les *Discopodinæ* (*R. annulata*) à *réseau* sporal amyloïde profond, réactions oxydasiques vives, stipe à disque basal mycélien.

Nous avons montré que chez ces Russules, de même que chez les Lactaires annelés tropicaux (*Lactariopsis*) ([1]), l'origine de cet anneau, provenant d'une soudure non initiale entre la marge du chapeau et le sommet du stipe, ou de la chute autour de celui-ci d'une couronne péripiléique, était non primitive mais secondaire. Autrement dit, l'angiocarpie de ces Champignons n'est qu'apparente (*pseudo-angiocarpie*).

Cette faible signification embryogénique du voile annulaire nous a autorisé à rapprocher respectivement de ces deux groupes à voile membraneux d'autres Russules malgaches non annelées : *R. aureotacta* des *Radicantes*, *Heliochrominæ* des *Discopodinæ*. Et nous avons proposé de réunir toutes ces Russules tropicales dans une même coupure, les *Pellicularíæ*, dont les caractères essentiels s'appliquent à la chair pelliculaire du chapeau profondément cannelé-strié, à pigments vifs, marge obtuse, spores blanches ou blanc crème, saveur douce ou peu nauséeuse.

Nous avons supposé que les Russules voilées dérivaient de Russules gymnocarpes évoluées et marquaient un échelon phylétique régressif vers les formes lactario-russulées closes et souterraines (*Asterogastraceæ*), interprétées parmi les Astérosporales comme stade ultime de dégradation hypogée ([2]).

Par la suite, la découverte au Congo belge de Russules annelées, décrites par Beeli, a étendu l'aire de répartition de ces formes. Puis notre récent voyage en Côte d'Ivoire et Guinée (février-mai 1939) et de nouveaux envois faits de Madagascar par M. R. Decary ont enrichi nos connaissances sur ce groupe, nous permettant de compléter ici nos précédentes conclusions.

Un premier résultat en découle : il confirme l'importance qu'offrent les Russules annelées dans la mycoflore tropicale africaine, et le fait que les deux stirpes, *annulata* et *radicans*, apparaissent toujours conjointement, la

---

([1]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 2101; 203, 1936, p. 108.

([2]) Roger Heim, *Les Lactario-Russulés du domaine oriental de Madagascar* (Lab. Crypt. Mus. Nat.), Paris, 1938.

première, fort polymorphe, constituant la plus fréquente des Russules tropicales sylvestres, aussi bien dans la forêt ombrophile de l'Est et les bois à Chlénacées et tapias du centre de Madagascar que dans la haute sylve guinéenne et libérienne et la grande forêt sèche congolaise.

Nos récoltes montrent à nouveau que le voile peut subsister sous de nombreux aspects : anneau double ou simple, et mobile, bourrelet soudé au stipe, couronne péripiléique caduque ou non, bandes piléiques radiales et marginales, large écaille membraneuse sur le chapeau, enfin furfurations floconneuses. Tous ces aspects relictuels, qu'on peut rencontrer non seulement chez une même espèce mais sur un même individu, appartiennent donc à un voile (adné au voile général toujours fugace) propre au péridium et seulement à lui.

La distinction des deux espèces-types ne contredit pas des homologies frappantes entre elles ; chez ces deux stirpes on retrouve à la fois des formes à pigment piléique jaune orange (*R. annulata aurantia* H. et *lutea* H., *annulatolutea* B. ; *R. radicans* H.), ou gris violacé (*R. annulata violacea* H. et *asterospora* H. ; *R. pellicularia* H.), ou encore jaune ou rouge sur le péridium et violacé sur le stipe (*R. annulatosquamosa* B. ; *R. xylophila* B.). Les formes non annelées voisines montrent des particularités pigmentaires analogues.

L'adaptation à un mode de vie non proprement terricole est commune à toutes ces formes : prolongement radiciforme du stipe, disque membraneux basal, mycélium tenace, rhizoïdes en chevelu. L'adaptation incomplète à la vie lignatile, exprimée par ces dispositifs, s'accentue dans *R. xylophila* de même que dans les *Lactariopsis* annelés, déjà lignicoles, pour devenir totale chez *R. discopoda* nob., forme pelliculaire guinéenne, non annelée mais affine à *annulata*. On peut interpréter cet habitat comme conforme à un degré phylétique relativement peu évolué, mais aussi comme le reflet d'une particularité générale présentée par de nombreuses espèces charnues dans l'atmosphère humide de la sylve tropicale, riche en débris ligneux. Il est en effet remarquable que nous ayons récolté en forêt, à Madagascar comme en Afrique Occidentale, de nombreuses espèces *lignicoles* appartenant à des genres qui, en Europe, sont *exclusivement terricoles : Lepiota*, *Rhodophyllus*, *Cantharellus*, *Psalliota*, *Strobilomyces*, etc.

De même, si la nature pelliculaire de la chair piléique constitue un important caractère commun à toutes ces Russules, il conviendrait de distinguer ce qui, dans cet indice, n'appartient qu'à l'influence du milieu. En effet, dans la forêt tropicale humide, le pourcentage d'Agaricacées à

chair mince est énorme; nombreuses sont celles, affines à des formes boréales dont le chapeau possède en Europe une chair épaisse (*Armillariella mellea*; *Collybia maculata*, *butyracea*; *Clitocybe nebularis*; *Marasmius peronatus*, etc.), qui montrent sous les tropiques un péridium pelliculaire et des lamelles en nombre restreint. Bien entendu, la striation profonde et les cannelures transversales du chapeau, correspondant aux lamelles et à leurs anastomoses d'où découle la formation de godets hyméniens successifs, doivent être considérées comme conséquence directe de la minceur de la chair piléique.

Ainsi convient-il de distinguer, dans les caractères morphologiques remarquables de ces Russules, ce qui peut appartenir originellement à l'espèce et ce qui résulte de l'adaptation à l'atmosphère tropicale sylvatique, comparable à une étuve expérimentale, offrant des conditions physiques relativement fixes, dans une succession saisonnière peu marquée.

Pour conclure, ces observations font apparaître l'intérêt des Russules tropicales voilées au triple point de vue floristique, morphologique et biologique.

ZOOLOGIE. — *Remaniement dans la classification des Poissons Apodes appartenant à la famille des Serrivomérides.* Note de M. **Léon Bertin**.

Roule et Angel (1933) ont décrit, sous le nom de *Paraserrivomer hasta* (Zugmayer), 36 Poissons Apodes appartenant à la famille des Serrivomérides et provenant des Campagnes océanographiques du Prince de Monaco. Suspectant, pour diverses raisons, l'authenticité de ce nouveau genre et l'emploi de cette désignation spécifique, je me suis rendu à Monaco, en juillet 1939, pour réétudier les spécimens en question. De mes recherches résulte ce qui suit :

I. *Le genre* Paraserrivomer *n'est pas distinct du genre* Serrivomer *Gill et Ryder* (1883).

a. Les caractères différentiels invoqués sont inexistants ou insuffisants. Les mâchoires ne sont pas plus grêles dans un genre que dans l'autre. Le renflement charnu et dépourvu de support squelettique qui les termine existe chez les spécimens les plus âgés et les mieux conservés des deux genres. Les rayons dorsaux et anaux, et non ces derniers seulement, sont bifurqués à leur base et formés de deux pièces accolées chez *Paraser-*

rivomer comme chez *Serrivomer*. Enfin les nombres de rayons indiqués par Roule et Angel doivent être modifiés de la sorte : 133 à 160 rayons dorsaux au lieu de 125 ; 116 à 142 rayons anaux au lieu de 119. Ainsi rectifiés, ces nombres concordent avec ceux de *Serrivomer beani*.

b. L'étude ostéologique a été faite chez un *Paraserrivomer* de grande taille, préalablement coloré à l'alizarine et éclairci à la potasse glycérinée. La comparaison des résultats de cette étude avec les documents de même sorte rassemblés, pour les *Serrivomer*, par Trewavas (1932) et par Beebe et Crane (1936) ne fait que confirmer l'identité des deux genres. Les minimes différences constatées sont au plus des différences spécifiques (voir ci-dessous).

II. *L'espèce* Paraserrivomer hasta *est voisine mais distincte de l'espèce* Serrivomer beani *Gill et Ryder* (1883).

a. Les deux espèces ont en commun le faisceau des caractères suivants : un certain nombre de rayons branchiostèges dépassant en avant l'os hyoïde sur lequel ils s'insèrent; nombre des rayons anaux inférieur à 150; distance préanale généralement inférieure au quart de la longueur totale. Ces caractères les opposent aux autres espèces de *Serrivomer*.

b. Les deux espèces se distinguent l'une de l'autre par les caractères ci-dessous : opercule demi-circulaire et premier rayon branchiostège (celui qui est inséré sur l'hypohyal) ne dépassant pas l'hyoïde chez *P. hasta*; opercule triangulaire ou mieux en soc de charrue et premier rayon branchiostège dépassant l'hyoïde chez *S. beani*.

III. *L'espèce* Paraserrivomer hasta *ne peut conserver ce nom spécifique*.

En effet :

a. Zugmayer (1911) a dénommé *Gavialiceps hasta* un Poisson qui est très distinct des *Serrivomer* par ses dents maxillaires et vomériennes minuscules, ses nageoires impaires à peine distinctes et la privation de nageoires pectorales.

b. Roule et Angel (1933) ont passé par dessus ces différences et n'ont pas craint d'identifier leur *Paraserrivomer* au *Gavialiceps hasta* sans avoir revu le type de cette dernière espèce.

c. Le type en question n'existe plus au Musée de Monaco. Le bocal qui devrait le contenir est occupé par un *Serrivomer* dont les dimensions ni les caractères ne concordent avec ceux du type véritable. On suppose que ce dernier, par suite d'une erreur de réexpédition, a été conservé au Musée de Munich où travaillait Zugmayer. En tout cas, il ne peut être permis d'en interpréter ou d'en modifier la diagnose sans l'avoir examiné à nouveau.

Conclusion. — *Paraserrivomer hasta* de Roule et Angel est une espèce de *Serrivomer* voisine de *Serrivomer beani* Gill et Ryder. Ne pouvant lui conserver son nom spécifique, qui préjuge à tort d'une analogie avec un Poisson tout différent, je propose de lui donner le nom de *Serrivomer parabeani.*

Le genre *Serrivomer* comprend ainsi deux groupes d'espèces : d'une part *Serrivomer beani* Gill et Ryder (1883) et *Serrivomer parabeani* Bertin (1940); d'autre part *Serrivomer sector* Garman (1899) et *Serrivomer brevidentatus* Roule et Bertin (1924).

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *L'aptérisme des Coléoptères des îles australes et sa répercussion héréditaire.* Note [1] de M. **R. Jeannel**, présentée par M. Louis Bouvier.

Les *Mouches sans ailes* des îles Kerguelen ont toujours frappé l'imagination des voyageurs, et cet aptérisme a été l'objet des controverses des biologistes. On a généralement tendance à l'expliquer par le mécanisme d'une sélection de mutations germinales fortuites, mais utiles chez des êtres perpétuellement exposés à des vents violents.

A la vérité tous les insectes des îles Kerguelen sont aptères; mais l'aptérisme est un phénomène évolutif très général, qui se produit dans bien des domaines et certainement sous certaines influences de milieu.

Au cours de l'ontogénèse, l'aile de l'Insecte est caractéristique de l'état parfait; elle est comme le couronnement de la métamorphose. Or l'achèvement de la métamorphose nécessite des conditions physiques de milieu adéquates. Leur défaut a pour conséquence tous ces cas de néoténie, où les individus obtiennent leur maturité sexuelle avant l'achèvement de la métamorphose. L'aptérisme chez les Insectes est un phénomène du même ordre que la néoténie. Il se produit lorsque les espèces ne trouvent plus les conditions physiques nécessaires à leur plein développement.

Ainsi s'explique, il me semble, l'aptérisme des espèces émigrées au loin sous des climats froids, celui des espèces montagnardes, ou encore l'aptérisme des lignées séniles, trop anciennes, et partant trop spécialisées pour supporter de légères variations des conditions de température, d'humidité, auxquelles elles s'adaptaient au début de leur évolution. Si les faunes

[1] Séance du 29 juillet 1940.

subantarctiques renferment une telle proportion d'espèces aptères, ce n'est pas le fait d'une sélection dirigée par les grands vents d'ouest, mais c'est parce que cette faune est très ancienne, formée de reliques du Secondaire.

L'aptérisme des Coléoptères des îles australes semble donc très ancien. Malgré cela, toutes les espèces ont gardé un petit vestige de l'aile membraneuse. Ce vestige est formé par une petite languette membraneuse et hyaline, sur laquelle se voient de petits nodules chitineux; elle s'insère



Nymphe de l'*Amblystogenium pacificum* Putz., de profil, montrant la ptérothèque postérieure entièrement développée, mais vide.

immédiatement en avant du premier stigmate abdominal. J'ai constaté sa présence aussi bien chez les Carabiques que chez les Staphylinides ou les Curculionides répandus sur toutes les îles australes. Je ne crois pas d'ailleurs que ce vestige manque chez aucune espèce aptère connue.

Tout d'abord, voyons la nymphe du Carabique *Amblystogenium*

pacificum Putz., des îles Crozet. Comme toutes les nymphes du même groupe, elle a deux paires de *ptérothèques*, ou fourreaux alaires.

La ptérothèque antérieure est la plus courte; elle se termine par un petit cul-de-sac en doigt de gant, qui est sans doute le témoin héréditaire de toute la partie distale de la première aile, partie disparue au cours de l'évolution qui a fait de cette aile un élytre. Cette ptérothèque antérieure renferme l'ébauche de l'élytre, qui se voit distinctement par transparence, avec ses nervures. La prolifération des disques imaginaux de l'aile, sur la partie tergo-pleurale du métathorax, a poussé cette ébauche dans la ptérothèque nymphale qu'elle remplit.

La ptérothèque postérieure de la nymphe de l'*Amblystogenium* est aussi développée que celle de n'importe quel Carabique ailé. Elle dépasse légèrement la longueur de la ptérothèque antérieure. Mais chez l'*Amblystogenium*, elle est vide; c'est une longue évagination membraneuse, translucide; on n'y trouve qu'un très petit moignon d'ébauche alaire dans sa partie basale.

Chez les Staphylinides austraux (*Antarctophytosus*, *Antarctotachinus*), les choses sont un peu différentes. La ptérothèque antérieure renferme une ébauche d'élytre normale; mais la ptérothèque postérieure est réduite. Elle est plus courte ici que l'antérieure, plus courte que chez les espèces similaires ailées. L'étui nymphal de l'aile a donc subi chez le Staphylinide aptère un premier degré d'atrophie qu'on ne constate pas chez le Carabique.

La régression des ptérothèques postérieures est enfin plus avancée encore chez les Curculionides du groupe des *Ectemnorrhinitae*, tous aptères. Chez eux, la ptérothèque postérieure est très courte, mais elle loge toujours dans son intérieur un bourgeon imaginal très petit, bien plus court que la ptérothèque.

Il me semble pouvoir tirer de ces constatations les quelques observations suivantes :

Chez l'espèce ailée normale, l'aile se forme au stade nymphal par la prolifération du disque imaginal qui donne un bourgeon alaire. Ce bourgeon, en grandissant, soulève le tégument de la nymphe, dont l'évagination constitue comme l'étui du bourgeon, la ptérothèque. L'évagination de la ptérothèque a certainement été déterminée par la croissance du bourgeon alaire; elle résulte de la coaptation mécanique d'un tissu d'enveloppe extensible sur un organe en voie d'accroissement rapide.

L'atrophie des ailes se manifeste par l'arrêt de développement des disques imaginaux alaires. Il se forme un petit bourgeon qui cesse rapi-

dement de croître et par conséquent d'agir sur ses enveloppes. Mais l'évagination de la ptérothèque, modification somatique acquise, s'est inscrite dans le patrimoine héréditaire; elle continue de se produire, malgré la suppression de sa cause.

Ainsi l'aile imaginale s'atrophie, sans jamais disparaître totalement, parce que l'individu n'est plus dans les conditions de milieu adéquates pour parfaire sa métamorphose. Mais la ptérothèque, organe nymphal, n'est nullement influencée, sans doute parce que la vie ralentie de la nymphe, abritée dans sa logette souterraine, l'exclue en quelque sorte du milieu externe et exerce sur ses organes une influence conservatrice.

D'ailleurs, si la ptérothèque nymphale se montre aussi isolément héréditaire, ne suivant pas la régression du bourgeon alaire, il faut constater que sa résistance à l'atrophie ne doit pas être indéfinie. Après la disparition de sa cause, elle finira à la longue par entrer elle aussi en régression; mais ce ne sera qu'après un nombre immense de générations. Peut-être aussi son atrophie surviendra-t-elle plus tôt dans certaines lignées que dans d'autres. Le fait est que la ptérothèque postérieure se maintient héréditairement normale chez le Carabique *Amblystogenium*, alors qu'elle entre en régression chez les Staphylinides et paraît beaucoup plus atrophiée chez les Curculionides.

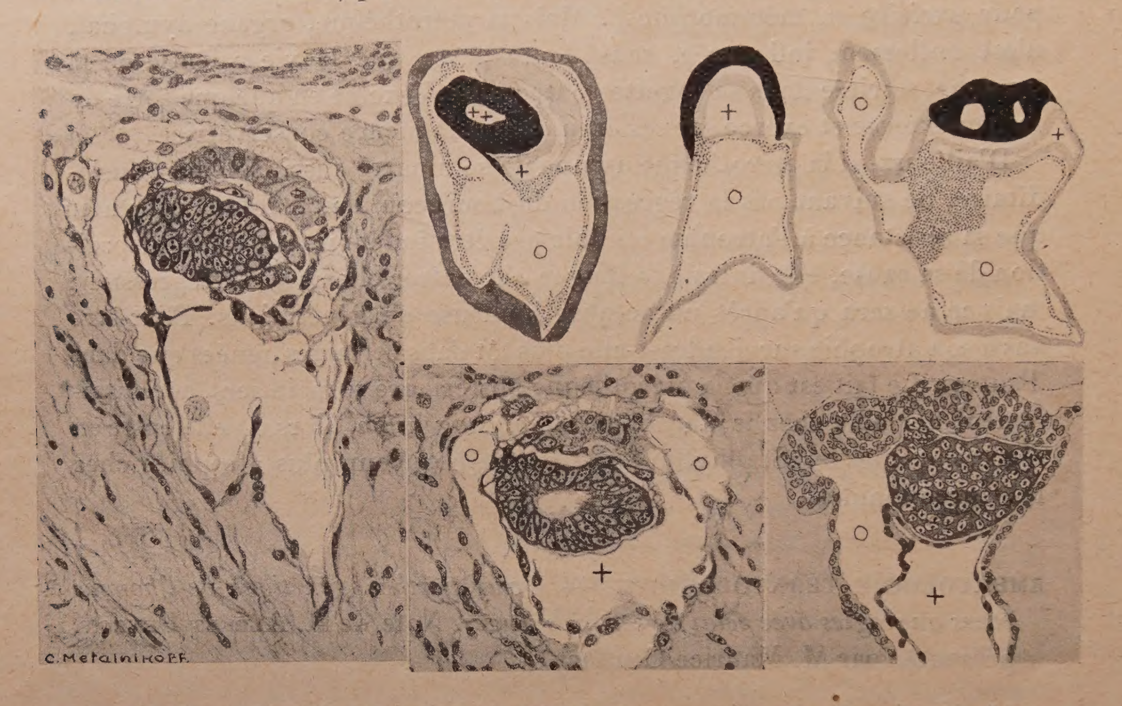
EMBRYOLOGIE TÉRATOLOGIQUE. — *L'œuf parthénogénétique de l'homme et ses analogies avec celui de certains singes.* Note de M. **Albert Peyron**, présentée par M. Maurice Caullery.

Mes recherches antérieures ont mis en évidence, dans le testicule de l'homme et des Mammifères, l'existence d'une parthénogenèse polyembryonique, au cours de laquelle une lignée souche d'origine mâle engendre des œufs identiques à ceux de la gestation utérine par leur structure, leur évolution et leurs phénomènes d'organisation (tout au moins jusqu'à l'apparition des somites).

Ce matériel va permettre d'étudier la question des homologies de l'œuf humain avec celui des singes, déjà envisagée dans les études d'Hubrecht et de Hill, mais qui n'avait pu être résolue ni même abordée méthodiquement, parce qu'on ne dispose pas, chez l'homme, des stades précoces précédant la fixation dans l'utérus. Or les embryomes viennent précisément de me révéler ces stades, qui n'étaient encore connus que chez les Primates et d'autres Mammifères. En particulier, la tumeur 11013, dans laquelle le

nombre des boutons successivement développés atteint plusieurs centaines de milliers, m'a permis d'étudier une série de jeunes stades correspondant à celui qui est représenté dans la figure ci-dessous.

La vésicule amnio-ectoblastique y est constituée d'éléments à noyaux allongés et irréguliers, dont le cytoplasme basophile (avec grains et vacuoles d'excrétion) présente une teinte foncée (violet ou lilas) après le



La figure montre deux sections voisines (l'une à gauche, l'autre au milieu et en bas) du bouton décrit dans le texte; ce dernier est d'autre part figuré schématiquement (au milieu et en haut) en couleurs conventionnelles : amnio-ectoblaste en noir, entoblaste en gris clair, mésoblaste en pointillé, les cavités cœlomiques extra-embryonnaires étant désignées par un cercle. On a représenté en gris foncé, dans le schéma, l'emplacement du sac trophoblastique qui, en réalité, fait presque complètement défaut au niveau de ce bouton. La partie droite de la figure reproduit, d'après Hubrecht, les dispositions de trois œufs de *Tarsius*; l'un est en vue réelle (en bas et à droite), les deux autres (en haut et à droite) sont en couleurs conventionnelles, le trophoblaste y est représenté en gris clair.

Giemsa, le Romanowsky, ou une coloration combinée à la fuchsine basique-azur II. Au contraire, les éléments endoblastiques, par ces mêmes méthodes, restent clairs ou à peine colorés en bleu pâle, alors qu'ils se colorent fortement en rose après l'hématéine éosine; ce revêtement reste mince et endothéliforme au niveau du segment ventral de la vésicule entoblastique, encore mal délimité du cœlome extra-embryonnaire. Par

contre, il s'épaissit au niveau du futur diverticule antéro-allantoïdien, dans la région caudale. D'autre part on peut voir, dans la section figurée au milieu et en bas, des éléments ectoblastiques en voie de glissement pour constituer l'endoblaste; leur coloration en violet foncé ne laisse aucun doute sur leur origine. Dans la figure schématique (au milieu et en haut), cette zone de migration de l'ectoblaste a la forme d'une languette noire. Le bouton ainsi constitué par les deux vésicules ento- et ectoblastiques est circonscrit par un espace clair, d'architecture variable, qui représente le mésoblaste extra-embryonnaire; ses cavités en voie de confluence correspondent au cœlome. L'excellente fixation du matériel et la netteté du contraste dû à la coloration par la fuchsine-azur II, ne laissent aucun doute sur la nature de ces diverses formations.

Il est évident que la cavité cœlomique extra-embryonnaire a précédé, dans son apparition et dans son creusement, la cavité entoblastique. Or cette apparition précoce et ce volume prépondérant de la première, empêchant l'étalement de la seconde à la face interne du sac trophoblastique, constituent précisément des caractères fondamentaux de l'œuf simien, mis en évidence par Hubrecht chez *Tarsius* et confirmés par Hill. Les trois œufs de *Tarsius*, représentés dans le côté droit de la figure, montrent, dans la topographie et la structure des feuillets, une concordance évidente avec les dispositions de notre œuf parthénogénétique; ce dernier, qui est sans doute le plus jeune des œufs humains connus, a été choisi entre des dizaines d'autres (analogues ou même moins avancés), simplement parce que la distinction et l'inégalité de volume des cavités entoblastique et cœlomique y sont particulièrement nettes, malgré la disparition accidentelle ou secondaire du trophoblaste.

La séance est levée à 15h25m.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE JUILLET 1940.

La mécanique ondulatoire du photon. Une nouvelle théorie de la lumière. Tome premier : *La lumière dans le vide*, par LOUIS DE BROGLIE. Paris, Hermann et Cie, 1940 ; 1 vol. 25^cm^,5.